

## Orientierungshilfe für das 4. Hausaufgabenblatt

### Aufgabe 20:

a)

Zunächst ist es sinnvoll den Schwerpunkt zu berechnen, d.h. es müssen die Mittelwerte von b und z bestimmt werden. Man erhält:  $S = (\bar{b}, \bar{z}) = (857.1, 162)$  .

Für die Bestimmung der Parameter der Ausgleichsgeraden müssen die Varianzen von b und z sowie deren Kovarianz berechnet werden. Man erhält:

$$\text{Var}(b) = 195540.1 \qquad \text{Var}(z) = 5576 \qquad \text{Cov}(b, z) = 16356.8$$

Für die Ausgleichsgerade von z nach b ergeben sich dann die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  wie folgt:

$$\alpha = \bar{z} - \beta \bar{b} = 90.30415 \qquad \beta = \frac{\text{Cov}(b, z)}{\text{Var}(b)} = 0.08364934 \ .$$

Also erhält man die Ausgleichsgerade 'g(b)=z' **von z nach b**:

$$g(b) = \alpha + \beta b = 90.30415 + 0.08364934 b \ .$$

Ich habe die Gerade bewusst mit g(b) bezeichnet, damit klar wird, was Parameter und was Funktionen sind!

**Achtung!** Es ist wichtig auf die Notation im Skript zu achten! Bei der Ausgleichsgeraden von x nach y steht dazu:  $\hat{x}_i = \gamma + \delta x_i$  die Funktion läuft über  $x_i$  ! Wie auch schon bei der anderen. Das ist häufig falsch gemacht worden.

Daher bezeichne ich die Funktionen auch anders.

Für die Ausgleichsgerade f(b)=z (hier ist die Funktion von b abhängig, die Funktionswerte sind bezüglich der z-Achse) **von b nach z** ergeben sich die Parameter  $\gamma$  und  $\delta$  wie folgt:

$$\gamma = -130.1837 \qquad \delta = 0.340898 \ .$$

Berechnet wurden sie mit Hilfe von

$$\gamma = \bar{z} - \delta \bar{b} \qquad \delta = \frac{\text{Var}(z)}{\text{Cov}(b, z)}$$

Also erhält man die Ausgleichsgerade von b nach z:  $f(b) = \gamma + \delta z = -130.1837 + 0.340898 b \ .$

Man kann die Ausgleichsgerade auch von z abhängig machen. Diese Methode ist dann ähnlich zu der der ersten Ausgleichsgeraden, man muss nur beachten, dass die Funktion dann auch **über z läuft** und muss entsprechend der Achsen eingezeichnet werden. Dann ergeben sich die Werte:

$$\gamma' = \bar{b} - \delta' \bar{z} = 381.8845 \qquad \delta' = \frac{\text{Cov}(b, z)}{\text{Var}(z)} = 2.933429 \ .$$

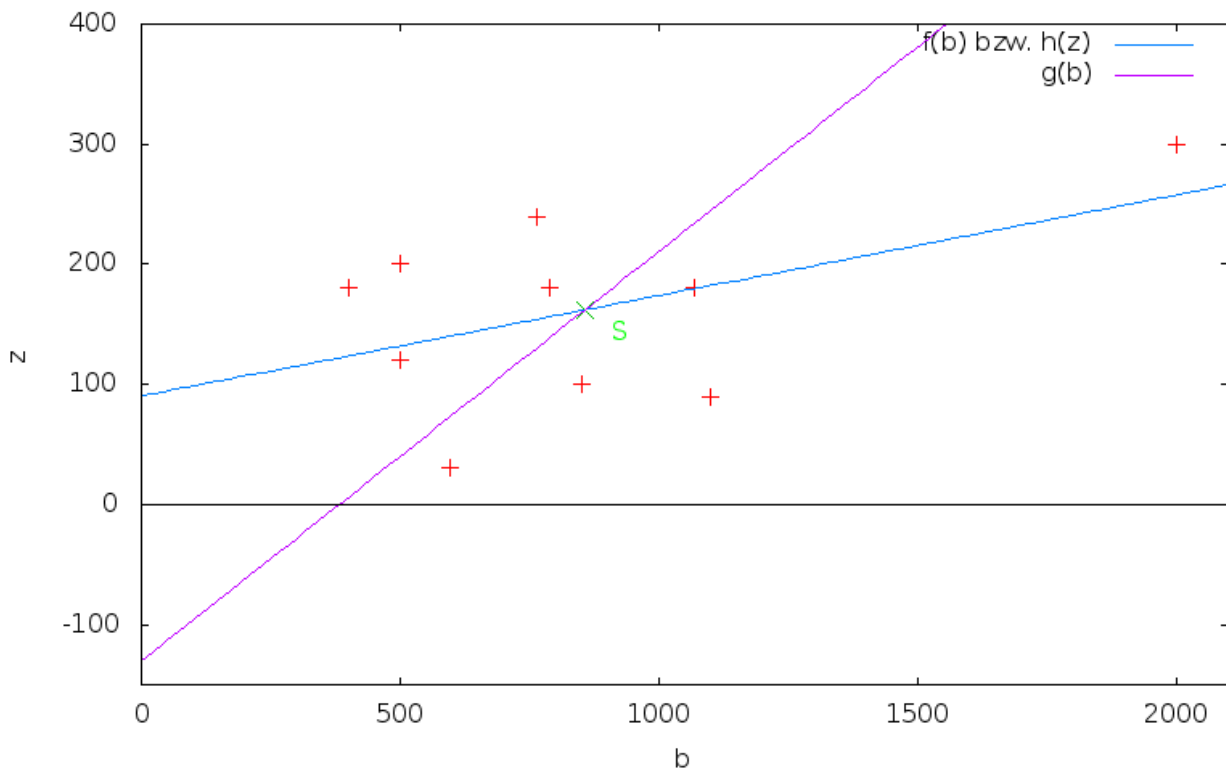
Also erhält man die Ausgleichsgerade h(z)=b (!) von b nach z:

$$h(z) = \gamma' + \delta' z = 381.8845 + 2.933429 z \ .$$

Die Funktion h(z) ist im Grunde nichts anderes als die Funktion f(b) nach z umgestellt. Es ergeben sich die unterschiedlichen Werte, weil die sich an zwei unterschiedlichen Achsen orientieren!

Zeichnet man beide Funktionen h(z) und f(b) so sieht man, dass beide identisch sind.

Der Zusammenhang wird nochmal in der Zentralübung von mir angesprochen.



b) siehe unten

Aufgabe 22:

Der Grundraum  $\Omega$  besteht hier aus 200 Studenten/innen, wobei einige von ihnen bis zu drei Eigenschaften haben, die wiederum in Form einer Menge dargestellt wird, d.h.

A="Menge aller Autofahrer" mit  $|A|=56$ .

B="Menge aller aus Bayern stammender Studenten/innen" mit  $|B|=84$ .

O="Menge aller Ökotrophologen" mit  $|O|=60$ .

Anhand der Information aus dem Text kann man folgende Schnittmengen bestimmen:

$$|A \cap O| = 16$$

$$|B \cap A| = 20$$

$$|B \cap O| = 10$$

$$|O \cap A \cap B| = 6.$$

Somit ergibt sich folgendes Venn-Diagramm:



- a) Gefragt ist hier nach  $|\Omega \setminus (A \cup B \cup O)|$ . Aus dem Venn-Diagramm kann man sehen, dass dies gerade 40 Studenten/innen sind.
- b) Gefragt ist hier nach  $|B \setminus (A \cap O)|$ , also anders ausgedrückt: diejenigen Studierenden, die aus Bayern kommen, aber nicht Autofahrer und nicht Ökotrophologen sind. Dies sind gerade 78. Nach Rücksprache mit Herrn Gündel- vom Hofe sind wir zu der Feststellung gekommen, dass die Formulierung eventuell nicht eindeutig genug ist, sodass auch die Lösung  $|B \setminus (A \cup O)|=60$  zählt. Ich hatte diese bei der Korrektur angestrichen. Wen das betrifft, soll mich in der Zentralübung nochmal darauf ansprechen und bekommt den Punkt gutgeschrieben.
- c) Gefragt ist hier nach  $|(A \cap B) \setminus O|$ . Dies sind gerade 14 Studierende.

#### Aufgabe 24:

- a) Bei einem dreimaligen Münzwurf haben  $\Omega$ , A und B die folgende Form:  
 $\Omega = \{ (K,K,K) ; (K,K,Z) ; (K,Z,K) ; (Z,K,K) ; (K,Z,Z) ; (Z,K,Z) ; (Z,Z,K) ; (Z,Z,Z) \}$   
 $A = \{ (K,K,K) ; (K,K,Z) ; (Z,K,K) ; (Z,K,Z) \}$   
 $B = \{ (K,K,K) ; (K,K,Z) ; (K,Z,K) ; (Z,K,K) ; (K,Z,Z) ; (Z,K,Z) ; (Z,Z,K) \}$
- b) Bei einer  $\sigma$ -Algebra handelt es sich um eine Menge, die drei Kriterien erfüllen muss. (siehe Skript). Daraus ergibt sich S mit:

$$S = \{ \{ \}, \Omega, A, B, B^c, A^c, (A \cup B^c), (A \cup B^c)^c \}$$
 also aus 8 Elementen, wobei
 
$$B^c = \{ (Z,Z,Z) \},$$

$$A^c = \{ (Z,Z,Z) ; (K,Z,K) ; (K,Z,Z) ; (Z,Z,K) \},$$

$$(A \cup B^c) = \{ (K,K,K) ; (K,K,Z) ; (Z,K,K) ; (Z,K,Z) ; (Z,Z,Z) \},$$

$$(A \cup B^c)^c = \{ (K,Z,K) ; (K,Z,Z) ; (Z,Z,K) \}$$

Die Mengen  $(A^c \cup B^c)$  und  $(A^c \cup B)$  sind nicht mit aufgeführt, weil für sie gilt:

$$(A^c \cup B^c) = A^c$$

$$(A^c \cup B) = \Omega$$

$$(A^c \cup B^c)^c = (A^c)^c = A$$

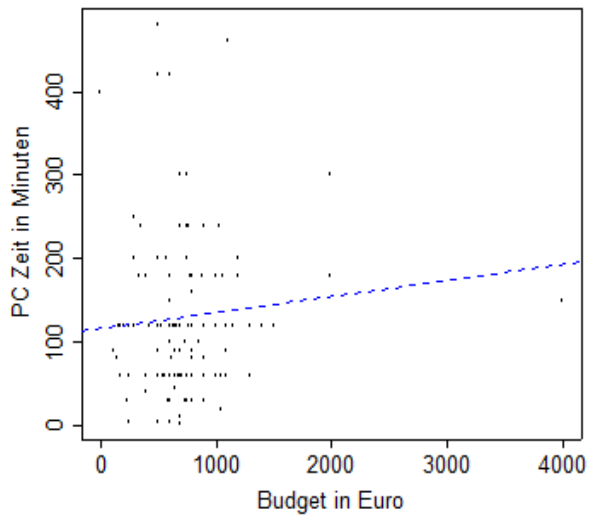
$$(A^c \cup B)^c = \Omega^c = \{ \}.$$

- c) Die Menge C sieht wie folgt aus:  
 $C = \{ (K,K,K) ; (K,K,Z) ; (K,Z,K) ; (K,Z,Z) \}.$   
 In S ist keine solche Menge enthalten.

#### Aufgabe 20

- b) Das Ziel dieser Aufgabe war es zu erkennen, dass die meisten Statistikprogramme nur eine der beiden uns bekannten Ausgleichsgeraden zeichnen. Durch den Tausch der Variablen ist es möglich die andere zu sehen.

Streudiagramm zu Budget und PC Zeit



Streudiagramm zu Budget und PC Zeit

