Übung vom 21.11.2012

Ü19)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ	$\frac{1}{10}\cdot\Sigma$
x_i	165	...								...	1.750	$175 = \bar{x}$
x_i^2	27225	...								...	307.124	30.712,4
y_i	60	...								...	694	$69{,}4 = \bar{y}$
y_i^2	3600	...								...	50.394	5.039,4
$x_i y_i$	9900	...								...	122.656	12.265,6

Jetzt:

$$\boxed{\operatorname{var}(\underline{x})} = \underbrace{\left(\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \bar{x}^2}_{=\operatorname{cov}(\underline{x},\underline{x})} = 30.712{,}4 - 175^2 = \boxed{87{,}4}$$

$$\Rightarrow s(\underline{x}) = \sqrt{\operatorname{var}(\underline{x})} \approx 9{,}35$$

$$\operatorname{var}(\underline{y}) = \left(\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i^2\right) - \bar{y}^2 = 5.039{,}4 - 69{,}4^2 = 223{,}04$$

$$\Longrightarrow s(\underline{y}) = \sqrt{\operatorname{var}(\underline{y})} \approx 14{,}9$$

$$\boxed{\operatorname{cov}(\underline{x},\underline{y})} = \left(\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right) - \bar{x}\bar{y} = 12.265{,}6 - 175\cdot 69{,}4 = \boxed{120{,}6} > 0$$

(i) Ausgleichsgerade von y nach x:

$$\hat{y}_i = \alpha + \beta x_i \quad \text{mit} \quad \alpha = \bar{y} - \beta\bar{x}, \quad \boxed{\beta = \frac{\operatorname{cov}(\underline{x},\underline{y})}{\operatorname{var}(\underline{x})} = \frac{120{,}6}{87{,}4} \approx 1{,}38} > 0$$

$$\boxed{\alpha = 69{,}4 - \frac{120{,}6}{87{,}4}\cdot 175 \approx -172{,}08}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\hat{y} \approx 1{,}38x - 172{,}08}$$

(ii) Ausgleichsgerade von x nach y:

$$\hat{x}_i = \gamma + \delta y_i \text{ mit } \gamma = \bar{y} - \delta \bar{x}, \quad \boxed{\delta = \frac{var(y)}{cor(x,y)} = \frac{223{,}04}{120{,}6} \approx 1{,}85} > 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = 69{,}4 - \frac{223{,}04}{120{,}6} \cdot 175 \approx -254{,}25}$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{x} \approx 1{,}85 y - 254{,}25} \quad \left(\Leftrightarrow \frac{1}{1{,}85}\hat{x} + \frac{254{,}25}{1{,}85} \approx y \right)$$

Aufgabe: Ω = Menge aller Mäuse, $|\Omega| = 50$

$M \subseteq \Omega$ = „Menge aller männlichen Mäuse", $|M| = 25$

$W \subseteq \Omega$ = „ — " weiblichen Mäuse", $|W| = |\Omega - M| = 25$

$= |\Omega| - |M|$

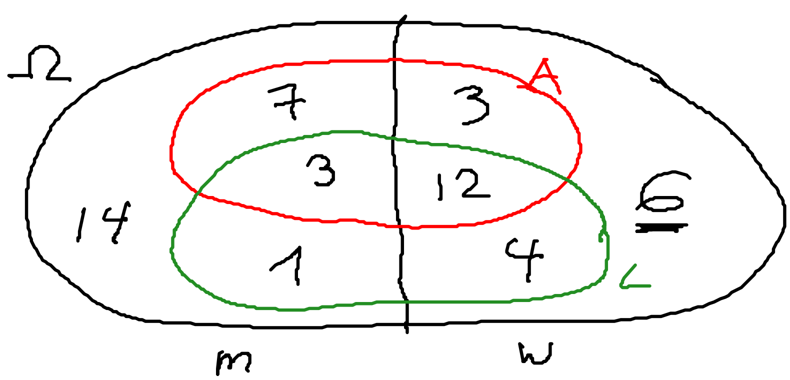
$\Omega - M = \Omega \setminus M = M^c$

A = „Menge aller abg. Mäuse", $|A| = 25$

L = „Menge aller Mäuse, die nach links gehen", $|L| = 20$

$|A \cap M| = 10$ ✓; $|A \cap L| = 15$ ✓

$|L \cap M| = 4$ ✓; $|A \cap M \cap L| = 3$ ✓



$M^c = W$

$|\underbrace{M^c \cap A^c \cap L^c}_{\text{gesuchte Menge}}| = 6$

Beachte z.B.: $A \cap M = (A \cap M) \cap \Omega = (A \cap M) \cap \underbrace{(L \cup L^c)}_{L \cup L^c} \underset{\text{Distributivgesetz}}{=}$

$= (A \cap M \cap L) \cup (A \cap M \cap L^c)$

beide Mengen sind disjunkt

$\Rightarrow |A \cap M| = |A \cap M \cap L| + |A \cap M \cap L^c|$

$$\Rightarrow \boxed{|A \cap M \cap L^c| = |A \cap M| - |\underbrace{A \cap M \cap L}_{\subseteq A \cap M}| = 10 - 3 = 7}$$

ENDE der Übung !