

Große Übung vom 12.12.12,

Zu den H-Aufgaben der letzten Woche,

Zu Mengen: $\{\emptyset\} = \{\{\emptyset\}\}$

$\emptyset \in \{\emptyset\}$ aber $\emptyset \neq \{\emptyset\}$

$|\emptyset| = 0$ \nearrow

$|\{\emptyset\}| = 1$ \nearrow

$0 \in \{\emptyset\}$ ist falsch

Ü37) Experiment: Ziehe zufällig eine 4-stellige Zahl

a) Urnenmodell? • ungeordnet mit Zurücklegen

Urne mit $n=10$ Kugeln, bezeichnet mit "0" bis "9"

Anzahl der Ziehungen: $s=4$

Ziehung mit Zurücklegen

Ergebnisraum: $\Omega = \{\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) \mid \omega_i \in \{0, \dots, 9\}\} = \{0, 1, \dots, 9\}^4$

$\omega = 1243$
 $\omega_1 = 1, \omega_3 = 4$

Einzelziffern

Einzelresultat

Kartesisches Produkt!

$$\Rightarrow |\Omega| = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 = n^s$$

Ereignis A: "keine Ziffer mehrfache"

Modell: $n=10$ Kugeln, $s=4$ Ziehungen ohne Zurücklegen

$$A = \{\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) \in \Omega \mid \omega_i \neq \omega_j \text{ für } i \neq j\}$$

$$\Rightarrow |A| = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = (10)_4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{10!}{6!} = 5040$$

Laplace

$$\Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5040}{10^4} = 0,504 > 0,5 = \frac{1}{2}$$

b) Modifiziertes „Spiel“: 4-stellige Zahl ergibt sich aus einer $s=4$ -maligen Ziehung aus einer Urne mit $n=40$ Kugeln, wobei für jede Ziffer von „0“ bis „9“ 4 Kugeln bereitliegen. Es handelt sich um eine Ziehung ohne Zurücklegen, aber mit Berücksichtigung der Reihenfolge, denn es sollen als Ergebnisse 4-stellige Zahlen $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ herauskommen.
z.B. $\omega = 3 \ 1 \ 3 \ 4$

Wir betrachten jetzt folgende spezielle Ergebnisse:

1) $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ mit $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4$

alle Ziffern identisch

z.B.: $\omega = 1111$

$$P(\{\omega_{1,1,1,1}\}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} \cdot \frac{2}{38} \cdot \frac{1}{37} = \frac{24}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37} = P(1111)$$

↓
Einzelergebnis

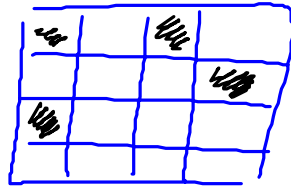
2) $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ mit $\omega_i \neq \omega_j$ für $i \neq j$

z.B. $\omega = 2145$

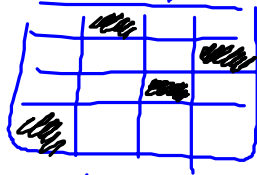
$$P(\omega_{2,1,4,5}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} \cdot \frac{4}{38} \cdot \frac{4}{37} = \frac{4^4}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37} > \frac{24}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}$$

⇒ kein Laplace-Experiment, da die Einzelergebnisse nicht gleichwahrscheinlich sind.

H38) Skizze

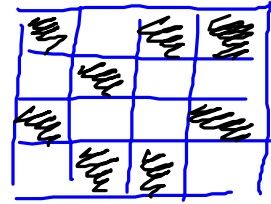


(a)



(d)

$4 \times 4 = 16$ Felder!



8 schwarze Felder (b)

8 weiße Felder

Jedes schwarz gefärbte Feld blockiert quasi eine Zeile und eine Spalte.

ENDE der Übung?