

StR.i.H. Albrecht Gündel-vom Hofe

7. Aufgabenblatt zur „Statistik für Biologen“

(Abgabe der H-Aufgaben: Mittwoch, 19.12.2012, in der Großen Übung)

Ü 37. Aufgabe:

- Es wird zufällig eine vierstellige Zahl zwischen „0000“ und „9999“ gezogen. Karl wettet darauf, dass die gezogene Zahl lauter verschiedene Ziffern besitzt. Wie groß ist seine Gewinnwahrscheinlichkeit? Beschreiben Sie das Experiment sowie das Ereignis A , auf dessen Eintreten Karl wettet, jeweils mittels eines geeigneten Urnenmodells.
- Karl modifiziert die Ziehung der vierstelligen Zahl auf folgende Weise: Jetzt befinden sich in einer Urne 40 Kugeln, von denen jeweils 4 Kugeln dieselbe Ziffer tragen. Dann werden 4 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Begründen Sie, dass es sich hierbei nicht mehr um ein *Laplace*-Experiment handelt. Welche Art von Zahlen besitzt die größte, welche die kleinste Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden?

H 38. Aufgabe:

Auf wieviele unterscheidbare Arten kann man ein 4x4-Brett färben, wenn

- Jedes Feld nach freier Wahl schwarz oder weiß gefärbt werden kann?
- 8 Felder schwarz und 8 Felder weiß gefärbt werden?
- 2 Felder weiß, 4 schwarz und 10 rot gefärbt werden?
- 4 der Felder schwarz und die restlichen weiß gefärbt werden, so dass in jeder Zeile und jeder Spalte genau ein schwarzes Feld auftritt?

Geben Sie zu jeder Fragestellung ein geeignetes Urnenmodell an, welches den Ausgang des Experiments beschreibt.

	8,0
--	-----

Ü 39. Aufgabe:

Es stehen vier (Foto-)Jäger J_1, J_2, J_3 und J_4 am Waldesrand, als unverhofft n Hasen aus dem Wald auftauchen. Sofort legen die Jäger an, wählen sich unabhängig voneinander einen der n Hasen aus und schießen genau einmal. Die Fototreffsicherheit der Jäger betrage jeweils p_k ($k = 1, \dots, 4$).

- Man berechne die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ für das Ereignis
 A : „Es werden genau vier Hasen fotografiert.“
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P(B)$ dafür, daß alle Jäger denselben Hasen auswählen und daß dieser Hase jeweils fotografisch getroffen wird?

Tipp: Man gehe davon aus, daß es sich im vorliegenden Fall um sogenannte *Laplace*-Jäger handelt, d.h. keiner der Jäger läßt sich bei der Wahl seines Hasen von Äußerlichkeiten, wie z.B. Sommersprossen, rote Nasen, Humpeln o.ä., leiten.

H 40. Aufgabe:

Man finde die Antwort zu folgender Fragestellung:

Wieviel Rosinen muß man in einen 500g schweren Teig hineingeben, damit ein aus diesem Teig gefertigtes 50g-Brötchen mit einer Sicherheit von 99% *mindestens eine* Rosine enthält? Man gehe davon aus, daß der Teig nach dem Beigeben der Rosinen gut durchmischt wird und gemäß Skizze in 10 gleich große Teile für die Brötchen geschnitten wird (d.h. die Rosinen werden zufällig auf die 10 Teile des Teigs verteilt).

Skizze:

○	○ ○	○	○	○
○	○	○ ○	??	○ ○ ○

Tipp: Man gehe von einem fest gewählten Brötchenfeld aus und betrachte das Gegenereignis, dass dieses Feld rosinenfrei ist.

	6,0
--	-----

Ü 41. Aufgabe:

- a) 9 verschiedene Kaninchen sollen auf 3 Käfige verteilt werden. Auf wieviele Arten ist dies möglich, wenn
- (i) in jeden Käfig 3 Kaninchen kommen;
 - (ii) in jeden Käfig mindestens 2, jedoch höchstens 4 Kaninchen kommen;
 - (iii) kein Käfig leer ist?
- b) Nun handelt es sich um 9 ununterscheidbare Kaninchen, welche auf 3 Käfige verteilt werden sollen. Wieviele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn
- (i) keine Einschränkung hinsichtlich der Verteilung vorliegt;
 - (ii) kein Käfig leer sein darf;
 - (iii) kein Kaninchen allein und kein Käfig leer sein darf?

Geben Sie in beiden Fällen das jeweils zugrunde liegende Urnenmodell an.

H 42. Aufgabe:

Biohausen besitzt ein schachbrettartiges Straßensystem vom Format (8×6) . Die jeweiligen Straßenkreuzungspunkte werden also durch geordnete Paare (x, y) mit $x \in \{0, 1, \dots, 8\}$, $y \in \{0, 1, \dots, 6\}$ beschrieben. Gesucht ist eine Beschreibung bzw. ein „Modell“ des Grundraums Ω der kürzesten Verbindungen in Biohausen von $A = (0, 0)$ nach $B = (8, 6)$. Machen Sie dazu eine Skizze und kodieren Sie die entsprechenden Wege geeignet. Welches Urnenmodell beschreibt die zufällige Laplace-Wahl eines dieser Wege? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die Wahl eines bestimmten Weges?

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E : „Der zufällig gewählte Weg führt über den Punkt $C = (4, 3)$ “.
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis F : „Der zufällig gewählte Weg führt nicht(!) über $D = (2, 5)$ “.
- c) Berechnen Sie schließlich die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis G : „Der zufällig gewählte Weg führt über C oder über D “.

	6,0
--	-----