Technische Universität Berlin
Fakultät II - Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. A. Gündel-vom Hofe

WiSe 2017/18
05.02.2018

Probeklausur zur „Mathematik III für die Beruflichen Fachrichtungen“

Name: ....*Vorname:* ....*Matr.-Nr.:* ....

Studiengang *(L2/L4/L5/BSc):* *....BSc......**Berufliche Fachrichtung:* ....

Mit 20 von den 40 erreichbaren Punkten ist die Klausur bestanden.

Es sind *Taschenrechner* ohne Programmierfunktionen zugelassen. Abzugeben sind die Lösungen in *Reinschrift* mit allen *Nebenrechnungen* auf *DIN A4*-Blättern. Mit *Bleistift* oder *in Rot* geschriebene Klausuren werden *nicht gewertet*.

Unterschrift des Korrektors: ....*Punktzahl:* ....*Note:* ....

---

1. Aufgabe:

a) Bestimmen Sie mittels einer geeigneten Substitution und über den Umweg der reellen quadratischen Gleichung sämtliche komplexe Nullstellen des reellen Polynoms $p(z) = z^{10} - 4z^5 + 8$. Geben Sie dabei sämtliche Nullstellen z_k $(k = 1,\ldots,10)$ in der Eulerschen Form an.

b) Skizzieren sie die Lösungen aus Teil (a) in der komplexen Zahlenebene.

10,0	

2. Aufgabe:

Gegeben seien die beiden Abbildungen $f : \mathbf{R}\times\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ mit $f(x,y) = x^2 - y^2$, $(x,y)\in\mathbf{R}^2$ und $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\times\mathbf{R}$ mit $g(u) = (\sqrt{u^2+1}\,,\, u-2)$, $u \in \mathbf{R}$.

a) Bestimmen Sie direkt die folgenden Funktionswerte für die beiden *zusammengesetzten Abbildungen* $h_1 := f\circ g$ und $h_2 := g\circ f$:

(i) $h_1(3)$, (ii) $h_1(-2)$, (iii) $h_2(-1,2)$, (iv) $h_2(5,4)$

b) Leiten Sie jeweils die Abbildungsvorschrift für die beiden *Kompositionen* $h_1 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ mit $h_1 := f\circ g$ und $h_2 : \mathbf{R}\times\mathbf{R} \to \mathbf{R}\times\mathbf{R}$ mit $h_2 := g\circ f$ her und testen Sie diese mithilfe der in Teil (a) ermittelten konkreten Funktionswerte.

c) Untersuchen Sie, ob f surjektiv und g injektiv ist (mit jeweiliger Begründung!!)

10,0	

3. Aufgabe:

Gegeben ist die Abbildung $f : \mathbf{D_f} \to \mathbf{R}$ mit $f(x) = \dfrac{4x^3-3}{3x^3-2}$.

a) Bestimmen Sie den maximalen reellen Definitionsbereich $D_f \subseteq \mathbf{R}$ zu f sowie die Ableitungsfunktion f' .

bitte wenden!

b) Leiten Sie für die (existierende) Umkehrfunktion $f^{-1}: D_{f^{-1}} \to \mathbf{R}$ die Abbildungsvorschrift explizit her und machen Sie die Probe, indem Sie durch Hintereinanderausführung von f und f^{-1} konkret nachweisen: $\left(f \circ f^{-1}\right)(x) = id(x) = x$ für alle $x \in D_{f^{-1}}$.

c) Berechnen Sie schließlich die Ableitung der Umkehrfunktion $y = f^{-1}(x)$, und zwar
   (i) direkt mittels des Ergebnisses aus Teil (b) sowie
   (ii) unter Anwendung der Kettenregel aus der Gleichung $\left(f \circ f^{-1}\right)(x) = id(x) = x$.

10,0	

4. Aufgabe:

Gegeben sei die lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten
$(*)\ y'' + 6y' + 10y = 2 \cdot e^{-2t}$.

a) Finden Sie zunächst mithilfe des Euleransatzes $y = e^{\lambda \cdot t}$ mit $\lambda \in \mathbf{C}$ zwei linear unabhängige *komplexe* Fundamentallösungen der folgenden *homogenen* linearen DGL 2. Ordnung: $y'' + 6y' + 10y = 0$.

b) Ermitteln Sie dann aus den beiden komplexen Lösungen mittels Real- und Imaginärteilbildung zwei linear unabhängige homogene *reelle* Fundamentallösungen.

c) Mithilfe des Ansatzes der rechten Seite – also für $y_p = A \cdot e^{-2t}$ – bestimme man schließlich eine partikuläre *inhomogene* Lösung der DGL $(*)$.
   Wie lautet dann die allgemeine *inhomogene* Lösung zu $(*)$?
   Und welche spezielle Lösung erfüllt die Anfangsbedingungen $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$?

10,0	

Achtung:

Die **Prüfungsklausur** zur Lehrveranstaltung **„Mathematik III für Berufliche Fachrichtungen“** wird zusammen mit der Prüfungsklausur zur „Mathematik I für berufliche Fachrichtungen“ am **Samstag, 17.02.2018** von **10:00** bis **11:30 Uhr** (90 min) geschrieben, Klausurort ist der **Hörsaal H 0104** im Hauptgebäude (Erdgeschoss).

Denken Sie daran, einen nicht programmierbaren **Taschenrechner** sowie **ausreichend** eigenes **Papier** zum Schreiben mitzubringen !! Als **Unterlagen** sind erlaubt: das **Kurzskript der VL** sowie ein **selbstbeschriebenes DIN A4-Blatt (einseitig!!!)** mit Formeln, ohne Beispielaufgaben darauf. Das Formelblatt wird während der Klausur kontrolliert.

Die **Ergebnisse der Klausur** werden nach Abschluss der Korrektur **anonymisiert per Aushang an meiner Tür (MA 826), am „Schwarzen Brett“** im Flur auf dem 8. Stock – neben dem Raum MA 828 – **sowie auf der Website** der LV bekannt gegeben. Es findet eine **Einsichtnahme** in die Klausur statt. Die genaue Uhrzeit und Ort werden noch bekannt gegeben (**siehe** dann den **Aushang** der Klausurergebnisse bzw. die Homepage der LV).

Die **Nachprüfungsklausur (Zweittermin)** zur „Mathematik I für Berufliche Fachrichtungen“ findet am **Samstag**, den **14.04.2018** von **10:00** bis **11:30 Uhr** statt. Klausurort ist ebenfalls der **Hörsaal H 0104**.