

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

10. Aufgabenblatt zur
„Mathematik III für die Beruflichen Fachrichtungen“
(Abgabe der Hausaufgaben: 15.01.2018 in der VL)

Ü 71. Aufgabe:

Sei H die Menge aller Menschen (homo sapiens) sowie F die Menge aller Frauen und $M = H \setminus F$ die Menge aller Männer. Betrachte dann die folgenden Abbildungen:

- (i) $f: H \rightarrow H$, $f(x)$ ist (biologische) Mutter von $x \in H$,
- (ii) $g: H \rightarrow H$, $g(x)$ ist (biologischer) Vater von $x \in H$,
- (iii) $h: H \rightarrow F \times M$, $h(x)$ ist (biologisches) Elternpaar von $x \in H$.

Insbesondere gilt dann für jeden Menschen $x \in H$: $h(x) = (a, b) = (f(x), g(x))$.

- a) Beschreiben Sie in Worten die zusammengesetzten Abbildungen (*Kompositionen*)
(i) $f^2 = f \circ f$, (ii) $f \circ g$, (iii) $g \circ f$ und (iv) $g^2 = g \circ g$. Gilt insbesondere $f \circ g = g \circ f$?
- b) Beschreiben Sie jeweils in Worten, was es bedeutet, dass die Abbildungen f , g und h *injektiv*, *surjektiv* oder *bijektiv* sind. Entscheiden Sie dann jeweils, ob eine dieser genannten Eigenschaften im Allgemeinen auf f bzw. g bzw. h zutrifft.
- c) Geben Sie zu beliebigem $y \in H$ und $(a, b) \in F \times M$ jeweils die *Urbildmengen* $f^{-1}(\{y\})$, $g^{-1}(\{y\})$ sowie $h^{-1}(\{(a, b)\})$ beschreibend an. Welcher Zusammenhang besteht zwischen diesen Urbildmengen?

Ü 73. Aufgabe:

Auf $\mathbf{N}^2 = \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ sei die Abbildung $f: \mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$ gegeben durch $f(x, y) = (x+2) \cdot (y-1)$ für $(x, y) \in \mathbf{N}^2$, wobei \mathbf{N} die Menge der natürlichen Zahlen (ohne die Null) ist.

- a) Untersuchen Sie, ob f injektiv oder surjektiv (oder sogar beides) ist.
- b) Bestimmen Sie die *Bildmenge* $f(A) \subseteq \mathbf{N}$ für $A = \{(x, 2); x \in \mathbf{N}\} \subseteq \mathbf{N}^2$ und die *Urbildmenge* $f^{-1}(B) \subseteq A \times A$ für $B = \mathbf{P} = \{p \in \mathbf{N}; p \text{ ist Primzahl}\} \subseteq \mathbf{N}$.
- c) Geben Sie die speziellen Urbilder $f^{-1}(\{58\})$, $f^{-1}(\{59\})$ und $f^{-1}(\{60\})$ in aufzählender Mengenschreibweise an.

(Tip: Primzahlen sind die Zahlen $p \in \mathbf{N}$ mit $p > 1$, für die gilt: Ist $p = a \cdot b$ mit $a, b \in \mathbf{N}$, so folgt: $a = 1$ oder $b = 1$. Dies nennt man auch die *Unzerlegbarkeitseigenschaft*.)

75. Aufgabe:

Bilden Sie für die folgenden gegebenen Funktionen f und g jeweils die Funktionen $f + g$, $g - f$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$, $\frac{g}{f}$ sowie $f \circ g$ und $g \circ f$ und geben Sie dabei zusätzlich die jeweils maximalen Definitionsbereiche D_f , D_g , D_{f+g} , D_{g-f} , $D_{f \cdot g}$, $D_{f:g}$, $D_{g:f}$, $D_{f \circ g}$ und $D_{g \circ f}$ an.

- Ü (a) $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$; Ü (b) $f(x) = \sqrt{5-x}$, $g(x) = \ln x$;

H (c) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $g(x) = \frac{1}{1+x}$.

	14,0
--	------