

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

**9. Aufgabenblatt zur
„Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen“**
(Abgabe der Hausaufgaben: 10.01. / 12.01.2017 in den Tutorien)

22. Aufgabe:

Lösen Sie folgende Potenzgleichungen unter Verwendung des natürlichen Logarithmus \ln , indem Sie zunächst Potenzen gleicher Basis additiv zusammenfassen.

Ü (a) $4^{x+3} - 6 \cdot 3^{x-1} = 4 \cdot 3^{x-2} + 4^{x+1}$, Ü (b) $16 \cdot 5^{x-2} + 12 \cdot 7^{x+1} = 2 \cdot 7^{x+2} - 4 \cdot 5^{x-1}$,
Ü (c) $140 \cdot 7^{x-1} - 6 \cdot 5^{3x+1} = 98 \cdot 7^{x-2} + 5^{3x+2}$, H (d) $3^{2x+2} - 6 \cdot 2^{3x-1} = 4 \cdot 2^{3x-2} + 3^{2x+1}$.

	6,0
--	-----

Ü 23. Aufgabe:

Eine Biologengruppe untersucht das Wachstumverhalten einer Zellkultur. Ausgehend von einer unbekanntem Anzahl N_0 an Ausgangszellen, werden zu den Zeitpunkten $t_1 = 24h$ und $t_2 = 48h$ folgende Zellanzahlen gemessen: $N(24) = 801$ sowie $N(48) = 2.384$.

- Bestimmen Sie die Wachstumskonstante $a > 0$ sowie die Anfangszahl N_0 an Zellen und stellen Sie das Wachstumsgesetz für die Zellkultur auf.
- Erreicht die Zellkultur die Größe $N_k = 1.000.000$, wird die Untersuchung kritisch. Bestimmen Sie den Zeitpunkt $t > 0$ auf die Minute genau, wann die kritische Zellenzahl überschritten wird.

Ü 24. Aufgabe:

Bei jährlicher Verzinsung (Zinseszinsrechnung) vermehrt sich ein Startkapital K_0 gemäß der Formel: $K(t) = K_0 \cdot (1 + p)^t$, wobei p der gegebene Zinssatz ist.

- Bestimmen Sie das Kapital $K(2,5)$ nach $2\frac{1}{2}$ Jahren, wenn bei einem Zinssatz von $p = 5,5\% = 0,055$ ein Startkapital von $K_0 = 1.000 \text{ EUR}$ angelegt wird.
- In welchem Zeitraum Δt verdoppelt sich jeweils das Kapital?
- Wie groß muss der Zinssatz p gewählt werden, damit nach 3 Jahren ein Kapital von $K(3) = 1.200 \text{ EUR}$ ausgezahlt werden kann?

Ü 25. Aufgabe:

Die Temperatur-Volumen-Beziehung bei adiabatischer Zustandsänderung verläuft nach dem

Gesetz $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}$ mit dem Adiabatenexponenten $\kappa > 1$.

- Unter der Bedingung, dass das Anfangsvolumen V_1 der Luft in einem pneumatischen Feuerzeug, ausgehend von einer Anfangstemperatur von $T_1 = 293 \text{ K}$ auf $1/20$ komprimiert wird, bestimme man unter Vorgabe von $\kappa = 1,4$ die dadurch in dem Feuerzeug entstehende Temperatur T_2 .
- Wie stark muss umgekehrt das Volumen V_1 verringert werden, damit in dem Feuerzeug eine Temperatur von $T_2 = 410 \text{ K}$ entsteht?

„Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen“

- c) Ein Gas mit der Ausgangstemperatur $T_0 = 320\text{ K}$ und unbekanntem Adiabatenexponenten $\kappa > 1$ kühlt sich bei Verdoppelung seines Ausgangsvolumens V_0 um $\Delta T = 87\text{ K}$ ab. Bestimmen Sie aus der Adiabatenengleichung den Exponenten κ (Rundung auf 3 Nachkommastellen).

H 26. Aufgabe:

Eine Tasse Kaffee mit Anfangstemperatur $T_0 = 70^\circ\text{C}$ werde bei 0°C Außentemperatur auf das Fensterbrett des Arbeitszimmers gestellt. Nach $t = 15$ Minuten beträgt die Kaffeetemperatur noch $T(15) = 14^\circ\text{C}$.

- a) Leiten Sie unter der Annahme, dass die Abkühlung des Kaffees sich *exponentiell* verhält, die mathematische Formel $T(t)$ für die Kaffeetemperatur zu jedem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ her. Ermitteln Sie dazu die Abkühlungskonstante $a > 0$.
- b) Zu welchem Zeitpunkt t_0 auf die Sekunde genau muss man die Kaffeetasse wieder in den Raum holen, wenn die Kaffeetemperatur exakt 40°C betragen soll?

	8,0
--	-----

-----* / * * \ *-----

Allen Teilnehmern der Veranstaltung „Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen“ erholsame und schöne Weihnachtsferien sowie einen guten Start ins neue Jahr 2017 !!!!

```

      O
     **|**
    O-^-O
   **_/**\-**
  O-/****\-O
 **_/******\-**
O-/_***_***_-O
**_/******\-**
O-/_**_**_**_-O
**_/******\-**
*-O-/_-----\-O-*
      ||
      ^^^^
      vvvv
    
```