

StR.i.H. Albrecht Gündel-vom Hofe

**6. Übungsblatt zur „Elementargeometrie“**  
(Zentralabgabe der Hausaufgaben: 04.06.2013, 14:00 Uhr)

25. Aufgabe (Übungsaufgabe):

Sei  $\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$  eine geraden- und längenverhältnistreue bijektive Abbildung. Zeigen Sie:

- a) Mit  $\alpha$  ist auch die Umkehrabbildung  $\alpha^{-1} : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$  längenverhältnistreue.  
b)  $\bigwedge_{P,Q \in \mathbf{E}} \alpha \overline{PQ} = \overline{\alpha P \alpha Q}$ , d.h.  $\alpha$  ist streckentreu und damit winkelfeldtreu.

(Hinweis: Man verfare analog unter Verwendung der Aufgabe 3.1 und analog zum Beweis des Satzes 3.1 im Skript.)

26. Aufgabe (Hausaufgabe):

Man beweise

- a) Ist die Permutation (bijektive Abbildung)  $\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$  halbgeradentreu, so ist sie automatisch strecken- und geradentreu. Unter Verwendung der Sätze 2.8 und 2.10 folgere man daraus:  $\alpha$  ist auch winkelfeldtreu.  
b) Mit  $\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$  und  $\beta : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$  sind auch  $\alpha^{-1} : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$  sowie die Verkettung  $\beta\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$  Ähnlichkeitsabbildungen.

	8,0
--	-----

27. Aufgabe:

Geben Sie für die folgenden Objekte im Poincaréschen Halbebenenmodell  $(\mathbf{E}_N, \mathbf{G}_N)$  (siehe dazu das Skript ab Seite 3.12) jeweils eine elementargeometrische Konstruktionsvorschrift unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal an:

- a) (Übungsaufgabe) die nichteuklidische Gerade  $g_N$ , welche durch zwei Punkte  $P, Q \in \mathbf{E}_N$  festgelegt ist;  
b) (Übungsaufgabe) die nichteuklidische Senkrechte  $h_N$  zu einer gegebenen Geraden  $g_N$  in einem Punkt  $P \in g_N$  sowie allgemeiner die nichteuklidische Halbgerade  $h_{N1} = \overline{PR_N}$  zu einer gegebenen Halbgeraden  $g_{N1} = \overline{PQ_N}$  in einer ausgezeichneten Halbebene  $\overline{H_N} = g_N \cup H_N$  mit gegebenem Winkelmaß  $\omega(\sphericalangle g_{N1} h_{N1}) = \alpha$  ;  
c) (Hausaufgabe) die nichteuklidische Winkelhalbierende eines gegebenen nichteuklidischen Winkelfeldes  $W = \sphericalangle g_{N1} h_{N1}$

(Hinweis: Man treffe, wenn nötig, jeweils eine Fallunterscheidung bezüglich der Gestalt von  $g_N$ .)

	6,0
--	-----