

StR.i.H. Albrecht Gündel-vom Hofe

6. Übungsblatt zur „Elementargeometrie“
(Zentralabgabe der Hausaufgaben: 04.06.2013, 14:00 Uhr)

25. Aufgabe (Übungsaufgabe):

Sei $\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ eine geraden- und längenverhältnistreue bijektive Abbildung. Zeigen Sie:

- a) Mit α ist auch die Umkehrabbildung $\alpha^{-1} : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ längenverhältnistreue.
b) $\bigwedge_{P,Q \in \mathbf{E}} \alpha \overline{PQ} = \overline{\alpha P \alpha Q}$, d.h. α ist streckentreu und damit winkelfeldtreu.

(Hinweis: Man verfare analog unter Verwendung der Aufgabe 3.1 und analog zum Beweis des Satzes 3.1 im Skript.)

26. Aufgabe (Hausaufgabe):

Man beweise

- a) Ist die Permutation (bijektive Abbildung) $\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ halbgeradentreu, so ist sie automatisch strecken- und geradentreu. Unter Verwendung der Sätze 2.8 und 2.10 folgere man daraus: α ist auch winkelfeldtreu.
b) Mit $\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ und $\beta : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ sind auch $\alpha^{-1} : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ sowie die Verkettung $\beta\alpha : \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$ Ähnlichkeitsabbildungen.

	8,0
--	-----

27. Aufgabe:

Geben Sie für die folgenden Objekte im Poincaréschen Halbebenenmodell $(\mathbf{E}_N, \mathbf{G}_N)$ (siehe dazu das Skript ab Seite 3.12) jeweils eine elementargeometrische Konstruktionsvorschrift unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal an:

- a) (**Übungsaufgabe**) die nichteuklidische Gerade g_N , welche durch zwei Punkte $P, Q \in \mathbf{E}_N$ festgelegt ist;
b) (**Übungsaufgabe**) die nichteuklidische Senkrechte h_N zu einer gegebenen Geraden g_N in einem Punkt $P \in g_N$ sowie allgemeiner die nichteuklidische Halbgerade $h_{N1} = \overline{PR_N}$ zu einer gegebenen Halbgeraden $g_{N1} = \overline{PQ_N}$ in einer ausgezeichneten Halbebene $\overline{H_N} = g_N \cup H_N$ mit gegebenem Winkelmaß $\omega(\sphericalangle g_{N1} h_{N1}) = \alpha$;
c) (**Hausaufgabe**) die nichteuklidische Winkelhalbierende eines gegebenen nichteuklidischen Winkelfeldes $W = \sphericalangle g_{N1} h_{N1}$

(Hinweis: Man treffe, wenn nötig, jeweils eine Fallunterscheidung bezüglich der Gestalt von g_N .)

	6,0
--	-----