Freie Universität Berlin SS 2013
Fachbereich Mathematik 18.05.2013

StR.i.H. Albrecht Gündel-vom Hofe

5. Übungsblatt zur „Elementargeometrie“

(Zentralabgabe der Hausaufgaben: *28.05.2013, 14:00 Uhr*)

20. Aufgabe (**Hausaufgabe**):
Man beweise den Satz 2.10 im Skript für echte Winkelfelder unter Zuhilfenahme von Satz 2.8:

Ist $\mathcal{W} = \measuredangle PSQ$ ein echtes Winkelfeld mit Scheitelpunkt $S \in \boldsymbol{E}$, dann gilt: $\mathcal{W} = \bigcup\limits_{X \in \overline{PQ}} {}^{|}\overline{SX}$.

	6,0

21. Aufgabe (**Übungsaufgabe**):
Man beweise den Satz 2.11 im Skript für *gestreckte* Winkelfelder unter Zuhilfenahme von Satz 2.8:

Jedes gestreckte Winkelfeld $\mathcal{W} = \mathcal{H} \cup h$ mit Scheitel $S \in h$ wird durch jede in $\mathcal{W}$ gelegene Halbgerade ${}^{|}\overline{SP}$ zerlegt.

(Hinweis: Man treffe die Fallunterscheidung (i) $P \in h$, $P \neq S$ und (ii) $P \in \mathcal{H}$)

22. Aufgabe:
Seien n verschiedene Geraden $g_1, \ldots, g_n$ in einer Geometrie $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{G})$ gegeben, welche die Axiome (I) bis (VI) erfüllt. Weiterhin gelte $g_i \cap g_k = \{S_{ik}\}$ sowie $g_i \cap g_k \cap g_l = \emptyset$ für $1 \leq i < k < l \leq n$. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion über n :

a) (**Übungsaufgabe**) Durch die $\binom{n}{2}$ Schnittpunkte S_{ik} $(1 \leq i < k \leq n)$ werden die n Geraden in insgesamt n^2 konvexe Teilmengen zerlegt.

b) (**Hausaufgabe**) Durch die n Geraden g_k, $1 \leq k \leq n$, zerfällt die Menge $\boldsymbol{E} \setminus \bigcup\limits_{k=1}^{n} g_k$ in genau $\binom{n+1}{2} + 1$ nichtleere konvexe Teilmengen.

	8,0

23. Aufgabe (**Übungsaufgabe**):
Zeigen Sie folgende Aussagen:

a) Für die gemäß Axiom VII eingeführte Winkelmaßfunktion $\omega : \Omega \to [0, 180]$ und für ein beliebiges Winkelfeld $\mathcal{W} \in \Omega$ gilt:

$$\omega(\mathcal{W}) = 0 \iff \mathcal{W} \text{ ist ein Nullwinkelfeld}$$

b) Für zwei beliebige Geraden $g, h \in \boldsymbol{G}$ mit $g \cap h = \{S\}$ gilt: $g \perp h \Rightarrow h \perp g$.

Hinweis zu (a): Man gehe analog zum Beweis von Satz 1.6 im Skript vor.

– Bitte wenden –

24. Aufgabe (**Hausaufgabe**):

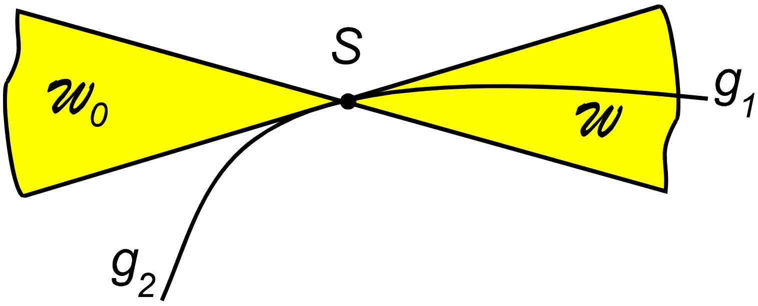
Beweisen Sie folgende Aussagen über Winkelfelder sowie Scheitelwinkelfelder:

a) Ist w die Winkelhalbierende eines Winkelfeldes $\mathcal{W}$, so ist w auch Winkelhalbierende vom Scheitelwinkelfeld $\mathcal{W}_0$. Wie lautet die verallgemeinerte Aussage für beliebige Geraden g, welche das Winkelfeld $\mathcal{W}$ vom Scheitel S aus zerlegen.

b) Sind $\mathcal{W}$ und $\mathcal{W}_0$ zwei Scheitelwinkelfelder, so gilt: $\omega(\mathcal{W}) = \omega(\mathcal{W}_0)$.

Hinweis zu (a):

Zeigen Sie zuerst, daß für $g = g_1 \cup g_2$, $g_1 \cap g_2 = \{S\}$ aus $g_1 \subseteq \mathcal{W}$ folgt: $g_2 \subseteq \mathcal{W}_0$, d.h.: der Fall gemäß folgender Skizze ist ausgeschlossen.



	6,0