Analysis I (Lehramtsbezogen)

Vorlesung vom 07.11.13

Hausaufgabe zu Dienstag.

H10, 11-H-Teile und H 13 a und b.

Tipp zur Hausaufgabe 13 (und auch zur Übungsaufgabe 12)

Relation in M für $M = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ bzw. $M = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$

D.h.: $R \subseteq M \times M = (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \times (\mathbb{N} \times \mathbb{N})$
bzw. $R \subseteq M \times M = (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*) \times (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*)$

Äquivalenzrelation im Zusammenhang mit Zahlbereichserweiterungen

$\mathbb{N}$: Menge der Natürlichen Zahlen (beginnend ab „1“)

$\cancel{0 \cdot 1 = 0}$ $\cancel{0 \cdot n = 0}$

$(\mathbb{N}, +, \cdot)$ Peano (kommt noch)

Gleichungen: $\boxed{b + x = a}$ $x =: a - b$

zu den Gleichungen

$b + x = a \;\; mit \;\; a, b \in \mathbb{N}$

$3 + x = 7$ ist lösbar in $\mathbb{N}$: $x = 4$

$7 + x = 3$ ist unlösbar in $\mathbb{N}$

Also: Neue Zahlen, Zahlenbereich $\boxed{\mathbb{Z}}$

$x = -4 \in \mathbb{Z}$ sei Lösung zu $7 + x = 3$

Problem:

$x = +4$ ist ja auch Lösung zu $7 + x = 11$ (2)
$3 + x = 7$ (1)

(1) + 11 $\rightarrow 14 + X = 18$ $d + x = c$
(2) + 7 $\rightarrow 14 + x = 18$ $b + x = a$

$\rightarrow (a + d) = (b + c)$

$\Rightarrow$ Ganze Zahlen als Äquivalenzklassen $[a, b]_{\sim} = [(a, b)]_{\sim}$

Multiplikation:

$$x = \frac{a}{b} \Leftrightarrow b \cdot x = a \;, b \neq 0$$

Gleichungen: $b \cdot x = a \underset{\cdot c}{\rightarrow} b \cdot c \cdot x = a \cdot c$

$d \cdot x = c \underset{\cdot a}{\rightarrow} a \cdot d \cdot x = a \cdot c$

Transitivität:

$$\forall\ a\ ,\ b\ , c \in M : a \sim b \wedge b \sim c \Rightarrow a \sim_R c$$

$$(a\ , b) \in \mathbb{R} \wedge (b\ , c) \in \mathbb{R} \Rightarrow (a\ , c) \in \mathbb{R}$$

Relationseigenschaften

(RE) (SY) (TRA) ergeben zusammen eine Äquivalenzrelation.

(RE) (ID) (TRA) ergeben zusammen eine (An)Ordnungsrelation