Mathematischer Zirkel 10c der MSG "Leonhard Euler"

Internet-Seite des Zirkels :

`page.math.tu-berlin.de/~suris/zirkel`

Hausaufgaben vom 17.10.2012
(zum 24.10.2012)

1. Beweise den kleinen Satz von Fermat (*für jede Primzahl* p *und jede natürliche Zahl* a *gilt:* $a^p \equiv a \pmod p$) durch das Betrachten der Multiplikationstabelle $\pmod p$.

2. Angenommen, ist die Peridenlänge der Dezimaldarstellung des Bruchs $1/p$ (p – eine Primzahl) gleich $2n$ (eine gerade Zahl). Zeige, dass die Summe der beiden n-stelligen Zahlen, aus denen die Periode besteht, gleich $99\ldots9$ (n-mal 9) ist. Beispiel: $1/7$ hat Periode 142857, und $142 + 857 = 999$.

3. Angenommen, ist die Periode der Dezimaldarstellung des Bruchs $1/p$ (p – eine Primzahl) gleich $p - 1$. Zeige, dass diese Periode N eine *zyklische Zahl* ist, d.h. dass alle Vielfachen davon (von $2\times N$ bis $(p-1)\times N$) durch zyklische Verschiebung der Ziffern von N zustande kommt. Das bekannteste Beispiel: die Zahl $N = 142857$, die Periode von $1/7$. *Hinweise:* $p \times N$ ist gleich $99\ldots9$ (($p-1$)-mal 9). Warum? Überlege dir, wie man die zyklische Verschiebung von Ziffern durch arithmetische Operationen ausdrücken kann.