TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Institut für Mathematik
Sullivan / Chubelaschwili
WS 10
Abgabe: 16.2.2011
http://www.math.tu-berlin.de/~sullivan/L/10W/DG2

15. Übung Differentialgeometrie II: Mannigfaltigkeiten

(Lie groups)

Hausaufgaben

1. Aufgabe (5 Punkte)

Show there is no Lie group structure on S^2.

2. Aufgabe (5 Punkte)

Let G be Lie group with identity e.

1. Consider the inversion map $i : G \to G, g \mapsto g^{-1}$.Show that its differential $D_e i$ at the identity is $-id_{T_e G}$
2. Consider the commutator map $C\colon G \times G \to G$, $(g, h) \mapsto ghg^{-1}h^{-1}$. What is $D_{(e,e)}C$?

3. Aufgabe (5 Punkte)

Let $SO(n) := \{A \in Gl(n) : AA^T = id, \det A = 1\}$.

1. Show that $SO(n)$ is a Lie group.
2. Show that $so(n) := T_I SO(n) = \{X \in gl(n) : X = -X^T\}$ and that $T_A SO(n) = A so(n) = so(n)A\}$. What is the dimension of $SO(n)$?
3. Show that $g(X, Y) := tr(XY^T)$ defines a Riemannian metric on $SO(n)$.
4. Show that $L_A : SO(n) \to SO(n)$, $B \mapsto AB$ and $R_A : SO(n) \to SO(n)$, $B \mapsto BA$ are isometries of $SO(n)$.

Gesamtpunktzahl: 15