Technische Universität Berlin Sommersemester 2005
Fakultät für Mathematik
C. Mehl 31. Mai 2005

Numerische Lineare Algebra

5. Übungsblatt zur Vorlesung

Abgabe bis zum 22.6.2005

Aufgabe 17 Verlust der Orthogonalität bei Arnoldi

Schreibe einen MATLAB-Code, der den Arnoldi-Algorithmus mit und ohne Reorthogonalisierung durchführt. Für jede der folgenden Matrizen berechne 100 Arnoldi-Schritte ohne Reorthogonalisierung. Dann berechne die inneren Produkte $q_1^* q_j$ für $j = 2, \ldots, 100$. Beobachte, wie die Orthogonalität sich mit zunehmenden j verschlechtert. Berechne auch $\|I_j - Q_j^* Q_j\|$ für $j = 100$, dass theoretisch Null sein müsste. Nun wiederhole den Arnoldi-Prozess mit Reorthogonalisierung und berechne erneut $\|I_j - Q_j^* Q_j\|$.

a) Für den ersten Test benutze die Matrix `west0479`, die in MATLAB bereitgestellt wird. Dies ist eine nichtsymmetrische, schwach besetzte Matrix der Dimension 479.

```
>> load west0479
>> A = west0479;
>> spy(A)
```

b) Nun teste eine Matrix zu einem diskreten negativen Laplaceoperator der Dimension 324 (gehört zum Inneren eines 20×20-Gitters). Diese schwach besetzte Matrix ist symmetrisch.

```
>> A = delsq(numgrid('S',20));
```

Aufgabe 18 Konvergenz von Arnoldi

Lass den Arnoldi-Prozess 40 Schritte für die Matrix `west0479` laufen. Um die Konvergenz des Arnoldi-Prozesses sichtbar zu machen, plotte die wahren und approximierten Eigenwerte in einem Graph. Tue dies für 10, 20, 30 und 40 Arnoldi-Schritte. Beobachte, wie die Eigenwerte am Rand des Spektrums zuerst gefunden werden.

Aufgabe 19 Geistereigenwerte bei Lanczos

Schreibe einen MATLAB-Code, der den Lanczos-Algorithmus ohne Reorthogonalisierung durchführt. Wende den Algorithmus auf die 203×203-Diagonalmatrix

$$A = \mathrm{diag}(0, 0.01, ..., 1.99, 2, 2.5, 3)$$

an. Führe dabei 120 Schritte aus. Plotte jeweils alle Ritzwerte über die Anzahl der Schritte. Beobachte wie Geistereigenwerte erscheinen.