Technische Universität Chemnitz Wintersemester 2004/05
Fakultät für Mathematik
C. Mehl 12. November 2004

Numerische Lineare Algebra

5. Übungsblatt zur Vorlesung

Aufgabe 16 Verlust der Orthogonalität bei Arnoldi

Schreibe einen MATLAB-Code, der den Arnoldi-Algorithmus mit und ohne Reorthogonalisierung durchführt. Für jede der folgenden Matrizen berechne 100 Arnoldi-Schritte ohne Reorthogonalisierung. Dann berechne die inneren Produkte $q_1^* q_j$ für $j = 2, \ldots, 100$. Beobachte, wie die Orthogonalität sich mit zunehmenden j verschlechtert. Berechne auch $\|I_j - Q_j^* Q_j\|$ für $j = 100$, dass theoretisch Null sein müsste. Nun wiederhole den Arnoldi-Prozess mit Reorthogonalisierung und berechne erneut $\|I_j - Q_j^* Q_j\|$.

a) Für den ersten Test benutze die Matrix `west0479`, die in MATLAB bereitgestellt wird. Dies ist eine nichtsymmetrische, schwach besetzte Matrix der Dimension 479.

```
>> load west0479
>> A = west0479;
>> spy(A)
```

b) Nun teste eine Matrix zu einem diskreten negativen Laplaceoperator der Dimension 324 (gehört zum Inneren eines 20×20-Gitters). Diese schwach besetzte Matrix ist symmetrisch.

```
>> A = delsq(numgrid('S',20));
```

Aufgabe 17 Konvergenz von Arnoldi

Lass den Arnoldi-Prozess 40 Schritte für die Matrix `west0479` laufen. Um die Konvergenz des Arnoldi-Prozesses sichtbar zu machen, plotte die wahren und approximierten Eigenwerte in einem Graph. Tue dies für 10, 20, 30 und 40 Arnoldi-Schritte. Beobachte, wie die Eigenwerte am Rand des Spektrums zuerst gefunden werden.

Aufgabe 18 Geistereigenwerte bei Lanczos

Schreibe einen MATLAB-Code, der den Lanczos-Algorithmus ohne Reorthogonalisierung durchführt. Wende den Algorithmus auf die 203×203-Diagonalmatrix

$$A = \mathrm{diag}(0, 0.01, ..., 1.99, 2, 2.5, 3)$$

an. Führe dabei 120 Schritte aus. Plotte jeweils alle Ritzwerte über die Anzahl der Schritte. Beobachte wie Geistereigenwerte erscheinen.