

8. Übung Algebra II

(Radikalerweiterungen)

1. Aufgabe

Zeigen Sie, dass für jedes $k \in \mathbb{N}$, $k > 2$, das Polynom

$$f(t) = t^5 - kt + 1 \in \mathbb{Q}[t]$$

nicht auflösbar ist.

(5 Punkte)

Anleitung: \mathbb{A}_5 ist nicht auflösbar.

2. Aufgabe

Zeigen Sie, dass jede Nullstelle eines irreduziblen Polynoms über \mathbb{Q} in einer Radikalerweiterung von \mathbb{Q} liegt, falls eine Nullstelle von f in einer Radikalerweiterung von \mathbb{Q} liegt.

(5 Punkte)

3. Aufgabe

Geben Sie alle Unterkörper des Zerfällungskörpers von

$$f(t) = t^{15} - 1 \in \mathbb{Q}[t]$$

als Radikalerweiterungen von \mathbb{Q} an.

(10 Punkte)

Hinweis: In der Woche 07.12-12.12 fallen die Vorlesungen und die Übung aus.