TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 2008-2009
Fakultät II – Institut für Mathematik
Dozent: Prof. Dr. Michael Pohst
Assistent: Osmanbey Uzunkol Abgabe: 26.11.2008
www.math.tu-berlin.de/~kant/algebra2-ws2008 in der Übung

6. Übung Algebra II

(seperable und inseparable Erweiterungen, normale Erweiterungen)

---

1. Aufgabe

Es seien $M/L/K$ endliche Erweiterungen, $a \in K$, $\alpha, \beta \in L$ und $x \in M$. Zeigen Sie, die in der Übung erwähnten folgenden Eigenschaften von Norm- und Spurabbildungen:

(a) $N_{L/K}(\alpha\beta) = N_{L/K}(\alpha)N_{L/K}(\beta), Tr_{L/K}(\alpha + \beta) = Tr_{L/K}(\alpha) + Tr_{L/K}(\beta)$;

(b) $N_{L/K}(a) = a^{[L:K]}, Tr_{L/K}(a) = [L : K]a$;

(c) $N_{M/K}(x) = N_{L/K}\left(N_{M/L}(x)\right)$,$Tr_{M/K}(x) = Tr_{L/K}\left(Tr_{M/L}(x)\right)$.

(8 Punkte)

2. Aufgabe

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) $\mathbb{C}$ ist eine normale Erweiterung von $\mathbb{R}$;

(b) $\mathbb{R}$ ist eine normale Erweiterung von $\mathbb{Q}$;

(c) $\mathbb{Q}(\sqrt{7 + 4\sqrt{5}})$ ist eine normale Erweiterung von $\mathbb{Q}$;

(d) $\mathbb{Q}\left((1 + i)\sqrt[5]{5}\right)$ ist eine normale Erweiterung von $\mathbb{Q}(i\sqrt{5})$;

(e) $\mathbb{Q}\left((1 + i)\sqrt[5]{5}\right)$ ist eine normale Erweiterung von $\mathbb{Q}$;

(8 Punkte)