

6. Übung Algebra II

(seperable und inseperable Erweiterungen, normale Erweiterungen)

1. Aufgabe

Es seien $M/L/K$ endliche Erweiterungen, $a \in K$, $\alpha, \beta \in L$ und $x \in M$. Zeigen Sie, die in der Übung erwähnten folgenden Eigenschaften von Norm- und Spurabbildungen:

- (a) $N_{L/K}(\alpha\beta) = N_{L/K}(\alpha)N_{L/K}(\beta)$, $Tr_{L/K}(\alpha + \beta) = Tr_{L/K}(\alpha) + Tr_{L/K}(\beta)$;
- (b) $N_{L/K}(a) = a^{[L:K]}$, $Tr_{L/K}(a) = [L : K]a$;
- (c) $N_{M/K}(x) = N_{L/K}(N_{M/L}(x))$, $Tr_{M/K}(x) = Tr_{L/K}(Tr_{M/L}(x))$.

(8 Punkte)

2. Aufgabe

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) \mathbb{C} ist eine normale Erweiterung von \mathbb{R} ;
- (b) \mathbb{R} ist eine normale Erweiterung von \mathbb{Q} ;
- (c) $\mathbb{Q}(\sqrt{7 + 4\sqrt{5}})$ ist eine normale Erweiterung von \mathbb{Q} ;
- (d) $\mathbb{Q}((1 + i)\sqrt[5]{5})$ ist eine normale Erweiterung von $\mathbb{Q}(i\sqrt{5})$;
- (e) $\mathbb{Q}((1 + i)\sqrt[5]{5})$ ist eine normale Erweiterung von \mathbb{Q} ;

(8 Punkte)