TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 2008-2009

Fakultät II – Institut für Mathematik

Dozent: Prof. Dr. Michael Pohst

Assistent: Osmanbey Uzunkol Abgabe: 29.10.2008

`www.math.tu-berlin.de/~kant/algebra2-ws2008` in der Übung

2. Übung Algebra II

(Resultante, Diskriminante II, Symmetrische Polynome)

---

1. Aufgabe

Schreiben Sie das Polynom

$$f(t_1, t_2, t_3) = 2(t_1^3 + t_2^3 + t_3^3) - 3(t_1^2 t_2 + t_1^2 t_3 + t_1 t_2^2 + t_1 t_3^2 + t_2^2 t_3 + t_2 t_3^2)$$

als Polynom in den elementersymmetrischen Polynomen von t_1, t_2 und t_3.

(4 Punkte)

2. Aufgabe

Es seien R ein Integritätsring und $f_1, f_2, f_3 \in R[t]$

(a) Zeigen Sie, dass die Resultante, $\mathrm{res}(f_1, f_2)$, ein Element des Ideals $f_1 R[t] + f_2 R[t]$ ist.

(b) Zeigen Sie, dass die folgende Gleichung gilt:

$$\mathrm{res}(f_1 f_3, f_2) = \mathrm{res}(f_1, f_2)\mathrm{res}(f_3, f_2).$$

Hinweis: Man kann für diese Aufgabe ohne Beweis benutzen, dass es zu f, g, h stets einen Körper gibt, über dem f_1, f_2, f_3 in Linearfaktoren zerfallen.

(6 Punkte)

3. Aufgabe

Seien $f_1(t) = t^3 + a_1 t^2 + a_2 t + a_3$ und $f_2(t) = t^3 + b_1 t^2 + b_2 t + b_3$ zwei Polynome über einem Körper K. Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Koeffizienten der Polynome f_1 und f_2 an, so dass f_1 und f_2

- genau eine,
- genau zwei

gemeinsame Nullstellen in einem geeigneten Erweiterungskörper Δ von K besitzen.

(5 Punkte)

4. Aufgabe

Implementieren Sie in KASH3 ein **Irreduzibilitätstest** für Polynomen in $\mathbb{Z}[t]$ mit Hilfe des in der Algebra I-Vorlesung erwähnten Reduktionssätzes (Seite 112).

(5 Punkte)