

5. Übung Codierungstheorie

1. Aufgabe Gewichtszähler

(5 Punkte)

Für einen $[n, k]$ -Code C bezeichnet $W_C(x, y) := \sum_{i=0}^n A_i x^{n-i} y^i$ den sogenannten homogenen Gewichtszähler. Mit $t := \frac{y}{x}$ erhalten wir $W_C(x, y) = x^n A(t)$ wobei $A(t)$ der Gewichtszähler aus der Vorlesung ist. Zeige folgende Aussagen:

- (a) Für einen binären linearen $[n, k]$ -Code und seinem dualen Code $C^\perp$ gilt

$$W_{C^\perp}(x, y) = \frac{1}{|C|} W_C(x + y, x - y)$$

- (b) Für den $[n = 2^m - 1, n - m, 3]_2$ -Hamming Code H_m gilt

$$W_C(x, y) = \frac{1}{n+1} \left[(x+y)^n + n(x+y)^{(n-1)/2} (x-y)^{(n+1)/2} \right].$$

- (c) Für einen $[n = 2^m - 1, n - m, 3]_2$ -Hamming-Code C gilt mit $A_0 = 1$ und $A_1 = 0$:

$$\sum_{i=1}^n i A_i y^{i-1} + \sum_{i=0}^n A_i y^i + \sum_{i=0}^{n-1} (n-i) A_i y^{i+1} = (1+y)^n$$

wobei A_i die Anzahl der Elemente im Code C mit Gewicht i bezeichnet.

2. Aufgabe Charaktere

(3 Punkte)

Seien A, B endliche abelsche Gruppen und bezeichne $\text{Ch}(G)$ die Gruppe der Charaktere auf einer Gruppe G . Zeige, dass $\text{Ch}(A \times B) \cong \text{Ch}(A) \times \text{Ch}(B)$ gilt und schliesse daraus dass für eine endliche abelsche Gruppe G dann $G \cong \text{Ch}(G)$ ist.

3. Aufgabe Praktische Aufgabe

(8 Punkte)

Implementiere in KASH3 die Kodierung und die Dekodierung nach Reed-Muller.