

4. Übung Codierungstheorie

1. Aufgabe Modifikation von Codes

(2 Punkte)

Sei

$$A(n, d) := \max \{M \mid \text{ein } (n, M, d)\text{-Code existiert}\}$$

wobei M die Anzahl der Elemente eines Codes C sein soll. Zeige, dass $A(n, 2r - 1) = A(n + 1, 2r)$ gilt.

2. Aufgabe Schranken für Codes

(3 Punkte)

Bestimme $A(10, 5)$ für $q = 2$ und möglichst gute Schranken für $A(17, 8)$ (ebenfalls $q = 2$) unter der Annahme dass ein $(11, 12, 6)$ -Code existiert.

3. Aufgabe Hamming- und Repetition-Code

(5 Punkte)

Sei C ein binärer $[10, 5]$ -Code mit Erzeugermatrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zeige, dass es für jedes empfangene Wort $x \in \{0, 1\}^{10}$ ein eindeutiges $c \in C$ gibt so dass $d_H(x, c)$ minimal ist.

4. Aufgabe Praktische Aufgabe

(6 Punkte)

Implementiere einen Algorithmus, der für einen gegebenen binären linearen Code C den Minimalabstand d_C und die Dimension k berechnet. Der Code C wird an den Algorithmus als eine Matrix H übergeben, deren Zeilen ein Erzeugendensystem sein soll. Der Algorithmus soll dann daraus die beiden Werte d_C und k berechnen.