Technische Universität Berlin Sommersemester 06
Dr. S. Pauli
M. Wagner
www.math.tu-berlin.de/~kant/Codierungstheorie

12. Übung Codierungstheorie

1. Aufgabe **Selbstduale Codes** **(4 Punkte)**

Ein Code C heißt **selbstdual** wenn $C^\perp = C$ gilt. Ist $p = 2, 3$ so zeige, dass für einen selbstdualen Code C über $\mathbb{F}_p$ gilt: Ist $c \in C$ so ist das Gewicht $wt(c)$ durch p teilbar.

2. Aufgabe **Selbstduale Codes** **(4 Punkte)**

Es sei $\mathrm{GRS}_d(a, v)$ ein verallgemeinerter Reed-Solomon-Code über dem endlichen Körper K mit $2 \leq d \leq n \leq q$. Zeige folgende Aussagen:

(a) $\mathrm{GRS}_d(a, v)^\perp = \mathrm{GRS}_{n-d+2}(a, v')$ mit $v' \in K^n$ geeignet

(b) Betrachte den $\mathrm{GRS}_d(a, v)$-Code C über dem endlichen Körper K mit n gerade, $d = (n + 2)/2$ und $\mathrm{Char}(K) = 2$. Sei $v_k \in K$ mit $v_k^2 = \prod_{i \neq k} \frac{1}{a_k - a_i}$. Zeige, dass C ein selbstdualer Code ist.

3. Aufgabe **Golay-Codes** **(4 Punkte)**

Sei C der ternäre $[11, 6, 5]_3$-Golay-Code. Zeige, dass der erweiterte ternäre Golay-Code $\hat{C}$ ein selbstdualer Code ist.

4. Aufgabe **Golay-Codes** **(4 Punkte)**

Die Gewichtspolynome der ternären Golay-Codes sind für den ternären Golay-Code

$$A(z) = 1 + 132z^5 + 132z^6 + 330z^8 + 110z^9 + 24z^{11}$$

und für den binären Golay-Code

$$A(z) = 1 + 253z^7 + 506z^8 + 1288z^{11} + 1288z^{12} + 506z^{15} + 253z^{16} + z^{23}.$$

Berechne die Gewichtspolynome der erweiterten Golay-Codes und begründe deine Berechnung.