Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Michael Joswig
Dipl. Math. oec. Katja Kulas

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2005
22. Juni 2005

5. Übungsblatt zur „Mathematische Software“

Gruppenübung

Aufgabe G1 (Lineare Diophantische Gleichungen)

Sei R ein euklidischer Ring und $c \in R$ sowie $a_i \in R$ für $i = 1, \ldots, n$. Geben Sie ein Verfahren an, welches für die allgemeine lineare diophantische Gleichung $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = c$ die Lösungen $x_i \in R$ bestimmt, insofern Lösungen existieren. Überlegen Sie sich dazu zunächst ein Zertifikat für die Lösbarkeit solcher Gleichungen.

Aufgabe G2 (Polynomiale Gleichungen)

Nun betrachten wir Gleichungen der Form $a_nx^n + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ mit Lösungen aus $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$.

Lösen Sie folgende Gleichungen symbolisch und numerisch mithilfe von `Mathematica` oder `Maple`.

(a) $x^2 - 5x - 2 = 0$

(b) $8x^3 - 6x + 1 = 0$

(c) $x^4 - 5x^3 + 6x = 0$

(d) $x^5 - x + 1 = 0$

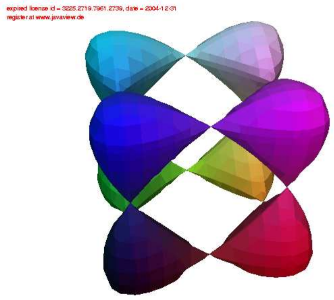
Berechnen Sie die Lösungen von $a_nx^n + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ für $n = 2, \ldots, 5$. Was stellen Sie fest?

Bemerkung: Die bis zum Grad 4 erhaltenen Formeln werden nach Girolamo Cardano (siehe obige Abbildung) als *Cardan‘sche Formeln* beeichnet.

Aufgabe G3 (Algebraische Kurven und Flächen)

Stellen Sie folgende algebraische Kurven bzw. Flächen mithilfe der Funktion `ImplicitPlot`, `implicitplot` bzw. `ImplicitPlot3D`, `implicitplot3d` von `Mathematica` oder `Maple` graphisch dar.

Um `ImplicitPlot3D` von `Mathematica` zu benutzen, benötigen Sie die Datei *ImplicitPlot3D.m* von der Internetseite `http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/4189/`, welches Sie im Homeverzeichnis unter `.Mathematica/Applications/` speichern müssen und anschließend mit `ImplicitPlot3D` unter `Mathematica` laden können.



(a) $x^2 - y^3 = 0$

(b) $x^2 - y^2 = a/2$ für $a = -4, \ldots, 4$

(c) $4(x^2 + y^2 + z^2) + 16xyz = 1$

(d) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 + 8xyz - 10(x^2 + y^2 + z^2) + 25 = 0$

(e) $x^2 y + y^4 - z^2 = 0$

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Graphiken des unter `http://www.singsurf.org/singsurf/SingSurf.html` bereitgestellten Tools `SingSurf` zur Visualisierung von algebraischen Flächen.

Falls das `java`–Applet nicht geladen werden kann, legen Sie im Verzeichnis `.mozilla` ein Verzeichnis `plugins` an und rufen dort
`ln -s /opt/java/j2re1.4.2_06/plugin/i386/ns610/libjavaplugin_oji.so .`
auf.