Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Joswig
Katja Kulas

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2006
31.05./01.06.2006

Diskrete Mathematik

7. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G1

(i) Bestimmen Sie alle nicht isomorphen Binärbäume (d.h. jeder Knoten, der kein Blatt ist, hat exakt zwei Kinder) mit $n = 9$ Knoten.

(ii) Ein Graph G heißt *asymmetrisch*, wenn die Identität der einzige Automorphismus (d.h. Isomorphismus von G auf sich selbst) ist. Bestimmen Sie einen asymmetrischen Baum.

Aufgabe G2 Sei k eine positive ganze Zahl.

(i) Zeigen Sie, dass jeder einfache Graph mit $n > k$ Knoten und mehr als $n(k-1) - \binom{k}{2}$ Kanten alle Bäume mit k Kanten enthält.

Hinweis: Zeigen Sie dafür, dass G alle Bäume mit k Kanten enthält, wenn der minimale Knotengrad von G mindestens k ist.

(ii) Konstruieren Sie für jedes k einen einfachen Graphen mit $n > k$ Knoten und $n(k-1)/2$ Kanten, der keinen Baum mit k Kanten enthält.

(iii) Zeigen Sie für $k \in \{1, 2, 3\}$, dass jeder einfache Graph mit n Knoten und mehr als $n(k-1)/2$ Kanten alle Bäume mit k Kanten enthält.

Aufgabe G3 Zeigen Sie, dass jeder einfache dreiecksfreie planare Graph mit $n \geq 3$ Knoten maximal $2n - 4$ Kanten hat.

Verwenden Sie dafür den Eulerschen Polyedersatz: Sei G ein Graph und n die Anzahl seiner Knoten, m die Anzahl seiner Kanten und f die Anzahl der Flächenstücke , in die der Graph die Ebene teilt. Dann gilt: $n - m + f = 2$.