
**4. Übungsblatt zur Vorlesung:
Graphentheorie (DS II)**

Felsner/ Schröder

7. November 2019

Besprechungsdatum: 14. November

<http://www.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/dsII19.html>

- (1) Eulerpfade und -kreise
 - (a) Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit genau 2 Knoten ungeraden Grades. Zeige, dass G einen Eulerpfad besitzt.
 - (b) Zeige, dass es in jedem zusammenhängenden Graphen einen Kantenzug gibt, der jede Kante genau zweimal enthält.
 - (c) Sei G eulersch, aber kein Kreis ($G \neq C_n \forall n$). Zeige, dass G gerade viele Eulerkreise besitzt.
- (2) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, das Haus vom Nikolaus zu zeichnen?
- (3) Zeige folgende Identität:

$$2n^{n-3} = \sum_{k \geq 0} \binom{n-2}{k} (k+1)^{k-1} (n-k-1)^{n-k-3}.$$

[Hinweis: Zähle die Anzahl der Spannbäume des K_n mit einer festen Kante.]

- (4) Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $F \subset E$ eine Teilmenge der Kanten. Zeige die folgenden Aussagen.
 - (a) F kann zu einem Element des Schnittraums $S(G)$ erweitert werden, genau dann wenn F keinen ungeraden Kreis enthält.
 - (b) F kann zu einem Element des Zykelraums $Z(G)$ erweitert werden, genau dann wenn F keinen ungeraden Schnitt enthält.