Zirkel 8b, Matematisches Karussell am 14.12.2005

Tisch 1

1. Berechne die Summe $1 + 2 + \cdots + 50$.

2. Im Dreieck ABC gilt $AB = 3,8$ cm, $BC = 0,6$ cm. Die Länge der Seite AC in Zentimetern ist eine ganze Zahl. Wie lang ist AC?

3. Im Sommer 2006 treffen 32 Mannschaften zur Fußball-WM aufeinander. Angenommen, dass von Anfang an nach dem KO-System gespielt wird (der Verlierer scheidet aus), wieviele Spiele würden dann gespielt?

4. Ersetze die Sterne mit Ziffern so, dass die 5-stellige Zahl durch 45 teilbar ist: $72 * 3*$.

5. Berechne 995^2 ohne Taschenrechner.

6. Schneide das Dreieck auf dem Bild in 4 gleiche Teile.

7. Finde eine natürliche Zahl größer als 1, die gleichzeitig eine Quadratzahl und eine dritte Potenz ist.

8. Das erste Zimmer einer 3-Zimmer-Wohnung ist halb so groß wie das zweite, und das zweite ist um 3 m^2 größer als das dritte. Wie groß ist jedes Zimmer, wenn die Gesamtfläche 77 m^2 ist?

9. Schneide ein Quadrat in 5 gleiche Teile.

10. Finde die Primfaktorzerlegung von 390.

11. Finde die Länge der Seite AC im rechtwinkligen Dreieck.

12. Peter hat zu Weihnachten 6 Geschenke für 6 seine Freunden gekauft und hat vergessen, wem er welches Geschenk schenken wollte. Wieviele Möglichkeiten hat er, die Geschenke zu verteilen? (Jeder bekommt ein Geschenk!)

13. Das große Dreieck auf dem Bild hat die Fläche 1. Wie groß ist die Fläche des kleinen schraffierten Dreiecks?

14. Berechne $\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$.

15. Peter hat 8 T-Shirts. Er kann nur 3 auf die Reise mitnehmen. Wieviele Möglichkeiten hat er, die 3 auszuwählen?

16. Berechne
$$\frac{22 \cdot 333 \cdot 44 \cdot 555}{222 \cdot 33 \cdot 444 \cdot 55}$$
.

17. Die Summe der Kantenlängen eines Würfels ist 24 m. Wie groß ist das Volumen des Würfels?

Tisch 2

1. Welche Ziffer steht am Ende der Zahl 3^{12}?

2. Ein Wal trinkt einen See in 10 Tagen, ein Elefant in 90 aus. Wie lange brauchen sie zusammen?

3. Wieviele 3-stellige Zahlen gibt es, bei denen keine zwei Ziffern gleich sind?

4. Berechne die Summe
$$\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{11\cdot 12}$$

5. Finde die kleinstmögliche und die größtmögliche Länge der Diagonale AC im Viereck. Das Viereck muss nicht unbedingt konvex sein.

6. Finde die kleinste positive Quadratzahl, die durch 12 teilbar ist.

7. Schneide ein Quadrat in 14 Quadrate.

8. Berechne ohne Taschenrechner 499^2.

9. Mit der an der Tafel stehenden Zahl darf man die folgenden Operationen durchführen: mit 2 multiplizieren oder die letzte Ziffer abwischen. Am Anfang steht die Zahl 458 an der Tafel. Wie bekommt man 14?

10. Berechne die Summe $1+3+5+\cdots+99$.

11. Wieviele 8-stellige Telefonnummer gibt es, die nur aus ungeraden Ziffern bestehen und die Ziffer 1 enthalten. (Die Antwort muss nicht unbedingt als Dezimalzahl gegeben werden.)

12. Berechne
$$\frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$$

13. Finde die kleinste natürliche Zahl, die beim Teilen durch 5 den Rest 2, beim Teilen durch 7 den Rest 4, und beim Teilen durch 9 den Rest 7 hat.

14. Finde natürliche Zahlen x, y und z, für die $28x + 30y + 31z = 365$ gilt.

15. AB und AC sind zwei Seitendiagonalen eines Würfels. Wie groß ist die Winkel BAC?

16. Finde zwei natürliche Zahlen, sodass keine von beiden durch die andere teilbar ist, aber jede das Quadrat der anderen teilt.

17. An der Tafel standen 4 natürliche Zahlen. Man hat alle mögliche paarweise Summen gebildet und die folgenden 6 Zahlen bekommen: 2, 4, 4, 9, 9, 11. Welche Zahlen standen an der Tafel?

18. Das Ikosaeder ist ein Polytop, das 20 Seiten hat. Alle seine Seiten sind Dreiecke. Wieviele Kanten hat das Ikosaeder?