

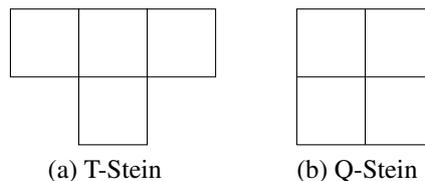
13. Hausaufgabenblatt

Aufgabe 1. Auf einer Tafel stehen die ganzen Zahlen von 1 bis 15. In einem Zug ersetzt man zwei Zahlen durch den Betrag ihrer Differenz (d.h. man nimmt die Differenz der beiden Zahlen, die nicht negativ ist). Das Spiel endet, wenn am Ende nur noch eine Zahl stehen bleibt. Zeige, dass diese Zahl gerade ist.

Aufgabe 2. Mark und Max positionieren abwechselnd weiße bzw. schwarze Springer auf noch freie Felder eines Schachbretts. Dabei darf ein Springer nicht auf ein von einem gegnerischen Springer bedrohtes Feld gesetzt werden. Mark beginnt und wer nicht mehr ziehen kann, verliert. Wer kann den Sieg erzwingen, Mark oder Max?

Aufgabe 3.

Zeige, dass ein Schachbrett nicht mit 15 T-Steinen und einem Q-Stein überdeckt werden kann.



Aufgabe 4. Eine wilde Horde von 15 Piraten hat einen Goldschatz mit 100 Münzen gefunden. Unter den Seeräubern herrscht eine strikte Rangordnung, aber auch Demokratie. So liegt es an dem Kapitän, eine Verteilung der Beute vorzuschlagen, über die im Anschluss unter allen Piraten (inklusive Kapitän) abgestimmt wird. Gibt es eine oder gar keine Gegenstimme, so gilt der Vorschlag als angenommen. Anderenfalls wird der Kapitän den Haien zum Fraß vorgesetzt und der nächste Pirat in der Rangordnung zum Kapitän ernannt. Diese Prozedur wird so lange fortgesetzt, bis ein Vorschlag angenommen wurde.

Wir nehmen an, dass die Piraten vor allem ihren eigenen Profit maximieren wollen, noch wichtiger ist ihnen allerdings ihr Leben. Außerdem sehen sie es ganz gern, wenn andere Piraten über die Planke gehen müssen. Wie viele Goldmünzen erhält der Kapitän?

Aufgabe 5. Matthias und Aram ziehen abwechselnd Kugeln aus einer von drei Schalen. Dabei dürfen beliebig viele Kugeln auf einmal genommen werden, aber immer nur aus einer Schale. Zu Anfang liegen 10, 20 bzw. 30 Kugeln in den Schalen und wer die letzte Kugel zieht, verliert. Matthias beginnt. Wie kann Matthias den Sieg erzwingen?

Hinweis: Schreibe für die Beschreibung deiner Gewinnstrategie die Anzahl der Kugeln einer Schale im Dualsystem (d.h. zur Basis 2).

Aufgabe 6. Zeige, dass $a^2 + b^2$ keine Quadratzahl ist, wenn a und b ungerade sind.