

## Tisch I

1. Der Ikosaeder ist ein Polytop mit 20 Seiten, welche alle Dreiecke sind. Wieviele Kanten hat der Ikosaeder?

Antwort: 30.

2. Ein Baumstamm wiegt 30 kg, ein anderer Baumstamm ist doppelt so dick und halb so lang. Was wiegt der zweite Baumstamm?

Antwort: 60 kg.

3. 10 Billiardkugeln kann man in Form eines Dreiecks legen, aber nicht in Form eines Quadrates: eine Kugel bleibt übrig. Aus welcher Kugelanzahl, kleiner als 50, kann man sowohl ein Dreieck als auch ein Quadrat bilden? (Die Antwort "1 Kugel" zählt hier nicht.)

Antwort: 36.

4. Zwei Seiten eines Dreiecks haben Längen 2 und 3. Wie lang soll die dritte Seite sein, damit der größte Winkel des Dreiecks den kleinstmöglichen Wert hat?

Antwort: 3.

5. Schreibe  $\frac{2x}{x^2-1}$  als  $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1}$ , wobei  $A$  und  $B$  Zahlen sein sollen.

Antwort:  $A = B = 1$ .

6. Auf der Seite  $AC$  des Dreiecks  $ABC$  sind die Punkte  $K$  und  $L$  gewählt, so dass  $AB = AK$  und  $CB = CL$ . Der

Winkel  $KBL$  beträgt  $20^\circ$ . Wie groß ist der Winkel  $ABC$ ?

Antwort:  $140^\circ$ .

7. Ein Zug ist über eine 10 Meter lange Brücke in 5 Sekunden, und am 200 Meter langen Bahnsteig vorbei in 15 Sekunden gefahren. Dabei war er am Bahnsteig halb so schnell wie auf der Brücke. Finde die Länge des Zuges.

Antwort: 370 Meter.

8. Auf wie viele verschiedene Arten kann man 199 Euro mit 1- und 5-Euroscheinen wechseln?

Antwort: 40.

9. Finde zwei natürlichen Zahlen  $m$  und  $n$  für welche gilt  $\sqrt{m} + \sqrt{n} = \sqrt{90}$ . (Ihr müsst nicht alle solche Paaren finden.)

Antwort: 10 und 40.

## Tisch II

1. Sei  $a_n$  die letzte Ziffer der Summe  $1 + 2 + \dots + n$ . Finde die genaue Periodenlänge der Folge  $(a_n)$ .

Antwort: 20.

2. Eine sechsstellige Zahl  $N$  beginnt mit der Ziffer 1. Wenn man diese Ziffer nach hinten umstellt, bekommt man das dreifache dieser Zahl. Finde die Zahl  $N$ .

Antwort: 142857.

3. In einem gleichschenkligen Trapez schneiden sich die Diagonalen senkrecht. Wie groß ist die Höhe des Trapezes, wenn die Basen des Trapezes Längen  $a$  und  $b$  haben.

Antwort:  $\frac{a+b}{2}$ .

4. Berechne  $\sqrt{1999 \cdot 2000 \cdot 2001 \cdot 2002 + 1}$ .

Antwort: 4001999.

5. Auf dem Planeten  $X$  gibt es 2007 Städte. Was ist die kleinste Anzahl der Fluglinien, die es geben muss damit man von jeder Stadt in jede andere mit nicht mehr als einem Umsteigen fliegen könnte?

Antwort: 2006.

6. Der Winkel  $A$  des Dreiecks  $ABC$  ist dreimal kleiner als der Winkel  $BOC$ , wobei  $O$  das Zentrum des Inkreises zu  $ABC$  ist. Finde den Winkel  $A$ .

Antwort:  $108^\circ = \frac{3\pi}{5}$ .

7. Man will ein rechteckiges Grundstück am Flußufer mit dem 12 Meter langen Zaun abgrenzen (also braucht man nur von drei Seiten den Zaun aufstellen). Welche größtmögliche Fläche kann erreicht werden?

Antwort: 18 qm.

8. Finde die kleinste natürlich Zahl, die mit 13 endet, durch 13 teilbar ist und die Quersumme 13 hat.

Antwort: 11713.

9. Sei  $ABC$  ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse  $AC$ . Sei  $BK$  die Höhe des Dreiecks über  $AC$ . Finde  $AB$  und  $BC$ , wenn  $AC = 4$  und  $BK = 1$  gilt.

Antwort:  $\sqrt{8 + 4\sqrt{3}}$  und  $\sqrt{8 - 4\sqrt{3}}$ .

10. Finde eine Zahl  $\frac{m}{n}$ , welche dreimal größer wird, wenn man den Zähler zur dritten Potenz nimmt und dem Nenner 3 ninzuaddiert.

Antwort:  $\frac{2}{9}$ .

11. Wieviele rechtwinkligen Dreiecke mit ganzzahligen Seitenlängen und einer der Katheten der Länge 15 gibt es?

Antwort: 2.

12. Die erste Ziffer einer vierstelligen Zahl ist gleich der Anzahl der Nullen in ihrer Dezimaldarstellung, die zweite Ziffer ist gleich der Anzahl der Einser, die dritte der Anzahl der Zweier, und die vierte der Anzahl der Dreier. Finde alle solchen Zahlen.

Antwort: 1210 und 2020.