

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Zahldarstellung und Fehlertypen bei numerischen Rechnungen	2
1.2	Fehlerverstärkung und -fortpflanzung bei Rechenoperationen	8
1.3	Hilfsmittel der linearen Algebra zur Fehlerabschätzung	12
1.4	Fehlerabschätzungen bei linearen Gleichungssystemen	15
1.5	Fehlerverstärkung bei Funktionen mit mehreren Einflussgrößen	17
1.6	Relative Kondition und Konditionszahl einer Matrix A	19
1.7	Aufgaben	19
2	Direkte Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme	21
2.1	Vorbemerkungen	22
2.2	Das Gauß'sche Eliminationsverfahren	22
2.3	Matrixzerlegungen	26
2.4	Gleichungssysteme mit tridiagonalen Matrizen	33
2.5	Programmpakete zur Lösung linearer Gleichungssysteme	35
2.6	Aufgaben	36
3	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	39
3.1	Vorbemerkungen	40
3.2	Die QR -Zerlegung	40
3.3	Allgemeine lineare Ausgleichsprobleme	47
3.4	Singulärwertzerlegung	54
3.5	Aufgaben	64
4	Matrix-Eigenwertprobleme	67
4.1	Problembeschreibung und algebraische Grundlagen	68
4.2	Von-Mises-Vektoriteration	72
4.3	QR -Verfahren	76
4.4	Transformation auf Hessenberg- bzw. Tridiagonal-Form	78
4.5	Anwendung des QR -Verfahrens auf Hessenberg-Matrizen	81
4.6	Aufwand und Stabilität der Berechnungsmethoden	85
4.7	Aufgaben	86
5	Interpolation und numerische Differentiation	89
5.1	Vorbemerkungen	90
5.2	Polynominterpolation	90
5.3	Extrapolation, Taylor-Polynome und Hermite-Interpolation	100
5.4	Numerische Differentiation	105
5.5	Spline-Interpolation	108
5.6	Diskrete Fourier-Analyse	114
5.7	Aufgaben	119
6	Numerische Integration	121

6.1	Trapez- und Kepler'sche Fassregel	122
6.2	Newton-Cotes-Quadraturformeln	124
6.3	Gauß-Quadraturen	131
6.4	Approximierende Quadraturformeln	140
6.5	Aufgaben	140
7	Iterative Verfahren zur Lösung von Gleichungen	143
7.1	Banach'scher Fixpunktsatz	144
7.2	Newton-Verfahren für nichtlineare Gleichungen	150
7.3	Sekantenverfahren – Regula falsi	152
7.4	Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme	155
7.5	Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme	170
7.6	Aufgaben	183
8	Einige Grundlagen des maschinellen Lernens	185
8.1	Überwachtes Lernen am Beispiel eines vollständig verbundenen Feedforward-Netzwerks	188
8.2	Überwachtes Lernen mit einem Konvolutions-Neuronalen-Netzwerk (Convolutional neural network)	192
8.3	Das Training von neuronalen Netzwerken	197
8.4	Gradientenverfahren im Training von neuronalen Netzwerken	200
8.5	Nicht-überwachtes Lernen	209
8.6	Was wir unter anderem "verschwiegen" haben	214
8.7	Abschließende Bemerkungen	216
8.8	Weiterführende Methoden	221
8.9	Literatur zum Thema "deep learning"	221
8.10	Aufgaben	222
9	Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	223
9.1	Einschrittverfahren	224
9.2	Mehrschrittverfahren	240
9.3	Stabilität von Lösungsverfahren	246
9.4	Steife Differentialgleichungen	252
9.5	Zweipunkt-Randwertprobleme	256
9.6	Aufgaben	264
10	Lösung differential-algebraischer Gleichungen	267
10.1	Charakteristische Eigenschaften von DAEs	269
10.2	Lineare DAEs mit konstanten Koeffizienten	269
10.3	Numerische Verfahren für lineare DAEs	271
10.4	Modellierung und Lösung von linearen DAEs mit zeitabhängigen Koeffizienten	278
10.5	Lösung nichtlinearer differential-algebraischer Gleichungen	284
10.6	Aufgaben	290
11	Numerische Lösung partieller Differentialgleichungen	293
11.1	Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung	294
11.2	Numerische Lösung elliptischer Randwertprobleme	299
11.3	Numerische Lösung parabolischer Differentialgleichungen	332
11.4	Numerische Lösung hyperbolischer Differentialgleichungen erster Ordnung	338
11.5	Numerische Lösung der Maxwell-Gleichungen	355

11.6	Abschließende Bemerkungen zur numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen	377
11.7	Aufgaben	378
12	Numerische Lösung stochastischer Differentialgleichungen	381
12.1	Stochastische Prozesse	382
12.2	Stochastische Integrale	383
12.3	Stochastische Differentialgleichungen	385
12.4	Numerische Lösungsmethoden	388
12.5	Stochastische partielle Differentialgleichungen	401
12.6	Aufgaben	402
A	Einige Grundlagen aus der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie	413
A.1	Einige Grundlagen aus der Maßtheorie	413
A.2	Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen	418