

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Zahldarstellung und Fehlertypen bei numerischen Rechnungen . . .	2
1.2 Fehlerverstärkung und -fortpflanzung bei Rechenoperationen . . .	8
1.3 Hilfsmittel der linearen Algebra zur Fehlerabschätzung	12
1.4 Fehlerabschätzungen bei linearen Gleichungssystemen	16
1.5 Fehlerverstärkung bei Funktionen mit mehreren Einflussgrößen . .	18
1.6 Relative Kondition und Konditionszahl einer Matrix A	19
1.7 Aufgaben	20
2 Direkte Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme	23
2.1 Vorbemerkungen	24
2.2 Das Gauß'sche Eliminationsverfahren	24
2.3 Matrixzerlegungen	28
2.4 Gleichungssysteme mit tridiagonalen Matrizen	37
2.5 Programmpakete zur Lösung linearer Gleichungssysteme	39
2.6 Aufgaben	40
3 Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	43
3.1 Vorbemerkungen	44
3.2 Die QR -Zerlegung	45
3.3 Allgemeine lineare Ausgleichsprobleme	52
3.4 Singulärwertzerlegung	59
3.5 Aufgaben	71
4 Matrix-Eigenwertprobleme	73
4.1 Problembeschreibung und algebraische Grundlagen	74
4.2 Von-Mises-Vektoriteration	78
4.3 QR -Verfahren	83
4.4 Transformation auf Hessenberg- bzw. Tridiagonal-Form	86
4.5 Anwendung des QR -Verfahrens auf Hessenberg-Matrizen	89
4.6 Aufwand und Stabilität der Berechnungsmethoden	93
4.7 Aufgaben	94
5 Interpolation und numerische Differentiation	97
5.1 Vorbemerkungen	98
5.2 Polynominterpolation	99
5.3 Extrapolation, Taylor-Polynome und Hermite-Interpolation	110
5.4 Numerische Differentiation	114
5.5 Spline-Interpolation	118

5.6	Diskrete Fourier-Analyse	125
5.7	Aufgaben	130
6	Numerische Integration	133
6.1	Trapez- und Kepler'sche Fassregel	134
6.2	Newton-Cotes-Quadraturformeln	137
6.3	Gauß-Quadraturen	144
6.4	Approximierende Quadraturformeln	154
6.5	Aufgaben	154
7	Iterative Verfahren zur Lösung von Gleichungen	157
7.1	Banach'scher Fixpunktsatz	158
7.2	Newton-Verfahren für nichtlineare Gleichungen	165
7.3	Sekantenverfahren – Regula falsi	167
7.4	Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme	171
7.5	Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme	188
7.6	Aufgaben	202
8	Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	205
8.1	Einschrittverfahren	206
8.2	Mehrschrittverfahren	224
8.3	Stabilität von Lösungsverfahren	231
8.4	Steife Differentialgleichungen	238
8.5	Zweipunkt-Randwertprobleme	242
8.6	Aufgaben	251
9	Lösung differential-algebraischer Gleichungen	253
9.1	Charakteristische Eigenschaften von DAEs	255
9.2	Lineare DAEs mit konstanten Koeffizienten	256
9.3	Numerische Verfahren für lineare DAEs	257
9.4	Modellierung und Lösung von linearen DAEs mit zeitabhängigen Koeffizienten	266
9.5	Lösung nichtlinearer differential-algebraischer Gleichungen	272
9.6	Aufgaben	278
10	Numerische Lösung partieller Differentialgleichungen	281
10.1	Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung	282
10.2	Numerische Lösung elliptischer Randwertprobleme	288
10.3	Numerische Lösung parabolischer Differentialgleichungen	326
10.4	Numerische Lösung hyperbolischer Differentialgleichungen erster Ordnung	333
10.5	Abschließende Bemerkungen zur numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen	353
10.6	Aufgaben	353
11	Numerische Lösung stochastischer Differentialgleichungen	357
11.1	Stochastische Prozesse	358

11.2 Stochastische Integrale	360
11.3 Stochastische Differentialgleichungen	362
11.4 Numerische Lösungsmethoden	365
11.5 Stochastische partielle Differentialgleichungen	379
11.6 Aufgaben	381
A Einige Grundlagen aus der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie	389
A.1 Einige Grundlagen aus der Maßtheorie	389
A.2 Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen	394