

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Zahldarstellung und Fehlertypen bei numerischen Rechnungen . . .	2
1.2 Fehlerverstärkung und -fortpflanzung bei Rechenoperationen . . .	8
1.3 Hilfsmittel der linearen Algebra zur Fehlerabschätzung . . . . .	13
1.4 Fehlerabschätzungen bei linearen Gleichungssystemen . . . . .	16
1.5 Fehlerverstärkung bei Funktionen mit mehreren Einflussgrößen . .	17
1.6 Relative Kondition und Konditionszahl einer Matrix $A$ . . . . .	19
1.7 Aufgaben . . . . .	20
<b>2 Direkte Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme</b>	<b>23</b>
2.1 Vorbemerkungen . . . . .	24
2.2 Das Gauß'sche Eliminationsverfahren . . . . .	24
2.3 Matrixzerlegungen . . . . .	28
2.4 Gleichungssysteme mit tridiagonalen Matrizen . . . . .	37
2.5 Programmpakete zur Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .	40
2.6 Aufgaben . . . . .	40
<b>3 Überbestimmte lineare Gleichungssysteme</b>	<b>43</b>
3.1 Vorbemerkungen . . . . .	44
3.2 Die $QR$ -Zerlegung . . . . .	45
3.3 Allgemeine lineare Ausgleichsprobleme . . . . .	52
3.4 Singulärwertzerlegung . . . . .	60
3.5 Aufgaben . . . . .	71
<b>4 Matrix-Eigenwertprobleme</b>	<b>73</b>
4.1 Problembeschreibung und algebraische Grundlagen . . . . .	74
4.2 Von-Mises-Vektoriteration . . . . .	78
4.3 $QR$ -Verfahren . . . . .	83
4.4 Transformation auf Hessenberg- bzw. Tridiagonal-Form . . . . .	86
4.5 Anwendung des $QR$ -Verfahrens auf Hessenberg-Matrizen . . . . .	89
4.6 Aufwand und Stabilität der Berechnungsmethoden . . . . .	93
4.7 Aufgaben . . . . .	94
<b>5 Interpolation und numerische Differentiation</b>	<b>97</b>
5.1 Vorbemerkungen . . . . .	98
5.2 Polynominterpolation . . . . .	99
5.3 Extrapolation, Taylor-Polynome und Hermite-Interpolation . . . .	110
5.4 Numerische Differentiation . . . . .	114
5.5 Spline-Interpolation . . . . .	118

5.6	Diskrete Fourier-Analyse . . . . .	125
5.7	Aufgaben . . . . .	130
<b>6</b>	<b>Numerische Integration</b>	<b>133</b>
6.1	Trapez- und Kepler'sche Fassregel . . . . .	134
6.2	Newton-Cotes-Quadraturformeln . . . . .	137
6.3	Gauß-Quadraturen . . . . .	144
6.4	Approximierende Quadraturformeln . . . . .	154
6.5	Aufgaben . . . . .	154
<b>7</b>	<b>Iterative Verfahren zur Lösung von Gleichungen</b>	<b>157</b>
7.1	Banach'scher Fixpunktsatz . . . . .	158
7.2	Newton-Verfahren für nichtlineare Gleichungen . . . . .	165
7.3	Sekantenverfahren – Regula falsi . . . . .	168
7.4	Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme . . . . .	171
7.5	Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme . . . . .	188
7.6	Aufgaben . . . . .	202
<b>8</b>	<b>Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>	<b>205</b>
8.1	Einschrittverfahren . . . . .	206
8.2	Mehrschrittverfahren . . . . .	224
8.3	Stabilität von Lösungsverfahren . . . . .	231
8.4	Steife Differentialgleichungen . . . . .	236
8.5	Zweipunkt-Randwertprobleme . . . . .	241
8.6	Aufgaben . . . . .	250
<b>9</b>	<b>Numerische Lösung partieller Differentialgleichungen</b>	<b>253</b>
9.1	Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	254
9.2	Numerische Lösung elliptischer Randwertprobleme . . . . .	260
9.3	Numerische Lösung parabolischer Differentialgleichungen . . . . .	298
9.4	Numerische Lösung hyperbolischer Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	306
9.5	Abschließende Bemerkungen zur numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen . . . . .	325
9.6	Aufgaben . . . . .	326
<b>10</b>	<b>Numerische Lösung stochastischer Differentialgleichungen</b>	<b>329</b>
10.1	Stochastische Prozesse . . . . .	330
10.2	Stochastische Integrale . . . . .	332
10.3	Stochastische Differentialgleichungen . . . . .	334
10.4	Numerische Lösungsmethoden . . . . .	337
10.5	Stochastische partielle Differentialgleichungen . . . . .	351
10.6	Aufgaben . . . . .	353
<b>A</b>	<b>Einige Grundlagen aus der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie</b>	<b>361</b>
A.1	Einige Grundlagen aus der Maßtheorie . . . . .	361
A.2	Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen . . . . .	366