

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Zahldarstellung und Fehlertypen bei numerischen Rechnungen . . .	2
1.2 Fehlerverstärkung und -fortpflanzung bei Rechenoperationen . . .	8
1.3 Hilfsmittel der linearen Algebra zur Fehlerabschätzung	13
1.4 Fehlerabschätzungen bei linearen Gleichungssystemen	16
1.5 Fehlerverstärkung bei Funktionen mit mehreren Einflussgrößen . .	17
1.6 Relative Kondition und Konditionszahl einer Matrix A	19
1.7 Aufgaben	20
2 Direkte Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme	23
2.1 Vorbemerkungen	24
2.2 Das Gauß'sche Eliminationsverfahren	24
2.3 Matrixzerlegungen	28
2.4 Gleichungssysteme mit tridiagonalen Matrizen	37
2.5 Programmpakete zur Lösung linearer Gleichungssysteme	40
2.6 Aufgaben	40
3 Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	43
3.1 Vorbemerkungen	44
3.2 Die QR -Zerlegung	45
3.3 Allgemeine lineare Ausgleichsprobleme	52
3.4 Singulärwertzerlegung	60
3.5 Aufgaben	71
4 Matrix-Eigenwertprobleme	73
4.1 Problembeschreibung und algebraische Grundlagen	74
4.2 Von-Mises-Vektoriteration	78
4.3 QR -Verfahren	83
4.4 Transformation auf Hessenberg- bzw. Tridiagonal-Form	86
4.5 Anwendung des QR -Verfahrens auf Hessenberg-Matrizen	89
4.6 Aufwand und Stabilität der Berechnungsmethoden	93
4.7 Aufgaben	94
5 Interpolation und numerische Differentiation	97
5.1 Vorbemerkungen	98
5.2 Polynominterpolation	99
5.3 Extrapolation, Taylor-Polynome und Hermite-Interpolation	110
5.4 Numerische Differentiation	114
5.5 Spline-Interpolation	118

5.6	Diskrete Fourier-Analyse	125
5.7	Aufgaben	130
6	Numerische Integration	133
6.1	Trapez- und Kepler'sche Fassregel	134
6.2	Newton-Cotes-Quadraturformeln	137
6.3	Gauß-Quadraturen	144
6.4	Approximierende Quadraturformeln	154
6.5	Aufgaben	154
7	Iterative Verfahren zur Lösung von Gleichungen	157
7.1	Banach'scher Fixpunktsatz	158
7.2	Newton-Verfahren für nichtlineare Gleichungen	165
7.3	Sekantenverfahren – Regula falsi	168
7.4	Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme	171
7.5	Iterative Lösung linearer Gleichungssysteme	188
7.6	Aufgaben	202
8	Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	205
8.1	Einschrittverfahren	206
8.2	Mehrschrittverfahren	224
8.3	Stabilität von Lösungsverfahren	231
8.4	Steife Differentialgleichungen	236
8.5	Zweipunkt-Randwertprobleme	241
8.6	Aufgaben	250
9	Numerische Lösung partieller Differentialgleichungen	253
9.1	Partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung	254
9.2	Numerische Lösung elliptischer Randwertprobleme	260
9.3	Numerische Lösung parabolischer Differentialgleichungen	298
9.4	Numerische Lösung hyperbolischer Differentialgleichungen erster Ordnung	306
9.5	Abschließende Bemerkungen zur numerischen Lösung partieller Differentialgleichungen	325
9.6	Aufgaben	326
10	Numerische Lösung stochastischer Differentialgleichungen	329
10.1	Stochastische Prozesse	330
10.2	Stochastische Integrale	332
10.3	Stochastische Differentialgleichungen	334
10.4	Numerische Lösungsmethoden	337
10.5	Stochastische partielle Differentialgleichungen	351
10.6	Aufgaben	353
A	Einige Grundlagen aus der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie	361
A.1	Einige Grundlagen aus der Maßtheorie	361
A.2	Wahrscheinlichkeitstheoretische Grundlagen	366