$$+\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial H}{\partial p_i}\frac{\partial F}{\partial x_j}\frac{\partial F}{\partial p_j}\right)-\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial p_i}\left(\frac{\partial H}{\partial x_i}\frac{\partial F}{\partial x_j}\frac{\partial F}{\partial p_j}\right)+$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\frac{\partial F}{\partial p_j}\right)-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial F}{\partial t}\frac{\partial F}{\partial p_j}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial p_j}\left(\frac{\partial F}{\partial t}\frac{\partial F}{\partial x_j}\right)\right]=\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(F\frac{\partial \lambda}{\partial p_j}\right).$$

Интегрируя обе части равенства (2) по области Q и учитывая соотношение $F|_\Gamma = 0$, получаем соотношение

$$(3)\qquad \int_Q \sum_{i,j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_i\partial p_j}\frac{\partial F}{\partial x_i}\frac{\partial F}{\partial x_j}-\frac{\partial^2 H}{\partial x_i\partial x_j}\frac{\partial F}{\partial p_i}\frac{\partial F}{\partial p_j}\right)d\bar{x}\,d\bar{p}\,dt = 0.$$

По условию теоремы матрицы $\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_i\,\partial p_j}\right)$ и $\left(-\frac{\partial^2 H}{\partial x_i\,\partial x_j}\right)$ положительно определены. Поэтому из (3) следует, что $\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial p_i} = 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$, что с учетом данных $F|_\Gamma = 0$ дает равенство $F(\bar{x}, \bar{p}, t) = 0$, $(\bar{x}, \bar{p}, t) \in Q$. После чего из (1) вытекает, что и $\lambda(\bar{x}, \bar{p}, t) = 0$.

Вычислительный центр
Сибирского отделения Академии наук СССР
Новосибирск

Поступило
10 II 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. *Либов Р.* Введение в теорию кинетических уравнений. М.: Мир, 1974. 371 с. 2. *Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П.* Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980, 288 с.

УДК 517

МАТЕМАТИКА

Р.Ф. БИКБАЕВ, А.И. БОБЕНКО, А.Р. ИТС

О КОНЕЧНОЗОННОМ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЯ ЛАНДАУ–ЛИФШИЦА

(Представлено академиком С.П. Новиковым 9 I 1983)

Целью настоящей работы является построение конечнозонных решений уравнения Ландау–Лифшица

$$(1)\qquad \begin{aligned} &\mathbf{s}_t = \mathbf{s}\times\mathbf{s}_{xx} + \mathbf{s}\times J\mathbf{s},\\ &|\mathbf{s}| = 1,\quad J = \operatorname{diag}(J_1, J_2, J_3), \end{aligned}$$

Уравнение (1) погружается в схему метода обратной задачи. Как показано в работах [1, 2], нелинейное соотношение (1) есть условие совместности двух линейных уравнений:

$$\psi_x = u(\lambda)\psi, \quad \psi_t = v(\lambda)\psi,$$

где (2×2)-матрицы $u(\lambda)$ и $v(\lambda)$ в рассматриваемом нами случае суть рациональные функции на римановой поверхности Γ корня из $\lambda^2 + a^2$, $a^2 = (J_3 - J_1)/4$:

$$u(\lambda) = i\sum_{j=1}^{3} s_j\sigma_j w_j(\lambda),$$

(2)

$$v(\lambda) = 2i\sum_{j=1}^{3} s_j\sigma_j w_j^{-1}(\lambda)\, w_1(\lambda)w_2(\lambda)w_3(\lambda) + i\sum_{j=1}^{3}(\mathbf{s}\times\mathbf{s}_x)_j\sigma_j w_j(\lambda).$$

В формулах (2) σ_j — матрицы Паули, $w_3(\lambda) = \lambda$, $w_1(\lambda) = w_2(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 + a^2}$.

Обсуждаемая нами задача уже рассматривалась ранее в работе [3] на основе анализа соответствующего уравнения на матрицу монодромии. В частности, авторам [3] удалось получить для условных собственных значений уравнения Дубровина и тождества следов, важная роль которых в вопросах применения теории конечнозонного интегрирования к задачам эргодических деформаций нелинейных эволюционных уравнений вскрыта в работах [4, 5]. Однако явное интегрирование в тэта-функциях уравнения (1) в работе [3] не доведено до конца. Настоящей работой мы надеемся заполнить этот пробел в конечнозонной теории уравнения (1). Предлагаемый нами метод существенно отличается от построений работы [3]. Центральным моментом нашего подхода является синтез теории конечнозонного интегрирования, развитой в работах С.П. Новикова, Б.А. Дубровина, В.Б. Матвеева и др. (относительно истории вопроса и точных ссылок см. обзор [6]), в том виде, который ей придал И.М. Кричевер (см. [7]), с общими идеями метода матричной задачи Римана — современной версии метода обратной задачи. Мы очень надеемся, что опыт настоящей работы окажется полезным для эффективизации результатов И.В. Чередника, полученных им в работе [8], посвященной алгебро-геометрическому анализу качественно более сложной ситуации — случая полной анизотропии.

1. Основная теорема. *Пусть $\hat\Gamma$ — произвольная риманова поверхность, накрывающая поверхность Γ, и пусть на $\hat\Gamma$ задана однозначная, мероморфная* на $\hat\Gamma \setminus \pi^{-1}\{\infty^{1,2}\}$ (π: $\hat\Gamma \to \Gamma$ — накрывающее отображение), гладко зависящая от "внешних" вещественных параметров x, t матричнозначная (размерности 2×2) функция $\psi(\lambda, x, t)$ такая, что:*

1) *в окрестности любой из точек множества $\pi^{-1}\{\infty^{1,2}\}$ функция ψ имеет дифференцируемую по x и t существенную особенность вида*

(3) $$\psi(\lambda, x, t) = \left(\sum_{j=0}^{\infty}\varphi_j(x, t)k^{-j}\right)\exp\{-ix\sigma_3 k - 2it\sigma_3 k^2\}\cdot C,$$

$\det\varphi_0(x, t) \neq 0$, k^{-1} — локальный параметр, C обратима и не зависит от x, t;

2) *логарифмические производные $\psi_x\psi^{-1}$ и $\psi_t\psi^{-1}$ суть однозначные функции уже на поверхности Γ, регулярные на $\Gamma\setminus\{\infty^{1,2}\}$;*

3) *справедливо редукционное ограничение*

(4) $$\sigma_3\psi(\lambda^\tau, x, t) = \psi(\lambda, x, t)\sigma(\lambda),$$

где $\sigma(\lambda)$ не зависит от x, t, а через $\lambda \to \lambda^\tau$ мы обозначаем инволюцию, переставляющую листы поверхности Γ ($\sqrt{(\lambda^\tau)^2 + a^2} = -\sqrt{\lambda^2 + a^2}$);

4) *выполнены следующие условия калибровки:*

(5) $$(\psi_{11}(\lambda^+))_x = (\psi_{11}(\lambda^+))_t = (\psi_{21}(\lambda^-))_x = (\psi_{21}(\lambda^-))_t = 0, \quad \forall\lambda^\pm \in \pi^{-1}\{\pm ia\}.$$

Тогда с точностью до слагаемых, пропорциональных единичной матрице, логарифмические производные $\psi_x\psi^{-1}$ и $\psi_t\psi^{-1}$ имеют вид (2), где

(6) $$\Sigma s_j\sigma_j = -\varphi_0\sigma_3\varphi_0^{-1}.$$

Функции $s_j(x, t)$ удовлетворяют соотношению $\Sigma s_j^2 = 1$ и образуют решение уравнения Ландау–Лифшица (1).

Утверждение теоремы эквивалентно фиксации той матричной задачи Римана (в формулировке работы [9]), которой по схеме метода обратной задачи соответствует уравнение (1). Аналогичная теорема в случае полной анизотропии доказана в работе А.В. Михайлова [10]. Рассматриваемая нами ситуация отличается от ситуации работы [10] лишь следующим обстоятельством: σ_1 — редукция (дополнительная к σ_3 — редукция (4)), которую по А.В. Михайлову нужно наложить на ψ-функцию в общем случае, в случае одноосной анизотропии заменяется на требование нормировки (5). Доказательство теоремы при этом практически не изменяется.

2. Конструкция. Рассмотрим наряду с рациональной кривой Γ гиперэллиптическую риманову поверхность Γ_0 рода $g > 0$, определяемую уравнением

$$z^2 = P(\lambda) = (\lambda^2 + a^2)\prod_{j=1}^{2g}(\lambda - e_j), \quad e_j \neq e_k, \quad e_j \in \mathbf{C}.$$

Две различные бесконечности на Γ_0 обозначим $\infty^\pm$ ($z \sim \pm\lambda^{g+1}$, $\lambda \to \pm\infty$), а под записью $\lambda \to \lambda^*$ будем понимать инволюцию, переставляющую листы поверхности Γ_0 в ее стандартной реализации двулистным накрытием плоскости λ. Фиксируем на Γ_0 векторную функцию Бейкера–Ахиезера $\vec\psi_0 = (\psi_{01}, \psi_{02})$ условиями:

а) $\vec\psi_0$ мероморфна на $\Gamma_0 \setminus \{\infty^\pm\}$ с неспециальным дивизором полюсов $D = \sum_{k=1}^{g}\mu_k$;

б) $\vec\psi_0\exp(\pm i\lambda x \pm 2i\lambda^2 t)$ рациональна в окрестностях точек $\infty^\pm$, причем первая компонента регулярна в этих окрестностях, а вторая имеет простые полюсы в точках $\infty^\pm$;

в) ψ_{02} имеет простые нули в точках ветвления $\pm ia$;

г) $\psi_{01}(ia) = 1$, $(\psi_{02}(\lambda)(\lambda + ia)^{-1/2})|_{\lambda = -ia} = 1$.

Стандартным образом [7] проверяется, что функция $\vec\psi_0$ существует и просто описывается уже ставшими привычными явными формулами через θ-функцию Римана.

По функции $\vec\psi_0$ определим матричнозначную функцию $\psi_0 = (\vec\psi_0, \vec\psi_0^{\,*})$, ($f^*(\lambda) \equiv f(\lambda^*)$). Функция $\psi_0(\lambda, x, t)$ является однозначной функцией на Γ_0 и обладает следующими свойствами:

1) $\psi_0\exp\{\pm ix\sigma_3\lambda \pm 2it\sigma_3\lambda^2\}$ рациональна в окрестностях $\infty^\pm$;

2) $\det\psi_0(\lambda) = c(x, t)\sqrt{(\lambda^2 + a^2)\prod_{j=1}^{2g}(\lambda - e_j)} \Big/ \prod_{k=1}^{g}(\lambda - \lambda_k)$;

3) в окрестности каждой точки λ_0 из множества $\{e_j\}\cup\{\pm ia\}\cup\{\mu_k\}$ справедливо представление (см. [9]) $\psi_0(\lambda) = \hat\psi_0(\lambda)(\lambda - \lambda_0)^T\cdot C$, $\det\hat\psi(\lambda) \neq 0$ с диагональной матрицей T и обратимой матрицей C, не зависящими от x и t; для точек ветвления эти матрицы суть соответственно $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1\end{pmatrix}$, а для полюсов $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}$ и I (λ — полюс $\vec\psi_0$) или σ_1 (λ — полюс $\vec\psi_0^{\,*}$). Матрица $\hat\psi_0(\lambda)$

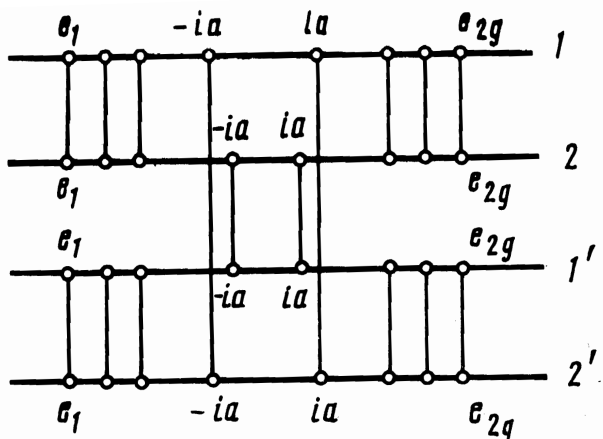

Рис. 1

Из перечисленных свойств функции ψ_0 вытекает важное для дальнейшего

П р е д л о ж е н и е 1. *$\psi_{0x}\psi_0^{-1}$ и $\psi_{0t}\psi_0^{-1}$ однозначны и регулярны на* $\mathbf{C}$.

Наша цель, состоящая в построении функции ψ, удовлетворяющей условиям основной теоремы, почти достигнута. Положим

$$\psi(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \gamma(\lambda^2 + a^2)^{-1/2} \end{pmatrix} \psi_0(\lambda), \quad \gamma \in \mathbf{C}. \tag{7}$$

Функция $\psi(\lambda)$ однозначна на двулистном накрытии $\hat{\Gamma}$ поверхности Γ, которое строится естественным образом по поверхности Γ_0. Поверхность $\hat{\Gamma}$ удобно представлять еще и как четырехлистное накрытие плоскости λ. Ее род равен $2g - 1$. Схематически поверхность $\hat{\Gamma}$ изображена на рис. 1. Инволюция $\lambda \to \lambda^*$ реализуется на $\hat{\Gamma}$ как перестановка листов $1 \leftrightarrow 2$ и $1' \leftrightarrow 2'$, а инволюция $\lambda \to \lambda^\tau$ — как перестановка листов $1 \leftrightarrow 2'$ и $2 \leftrightarrow 1'$. В силу своего определения формулой (7) функция $\psi(\lambda)$ автоматически удовлетворяет редукции (4) с матрицей σ_1 в качестве матрицы $\sigma(\lambda)$. Однозначность на Γ и регулярность на $\Gamma \setminus \{\infty^{1,2}\}$ логарифмических производных $\psi_x\psi^{-1}$ и $\psi_t\psi^{-1}$ следует снова из формулы (7), предложения 1 и отсутствия нулей $\det\psi(\lambda)$ в точках $\pm ia$ (ср. (7) с 2)). Нужные нормировка и характеристика существенных особенностей функции ψ наследуется от свойств г) и 1) функции ψ_0.

Вычисляя по явным формулам старший коэффициент $\varphi_0(x, t)$ разложения функции ψ в какой-либо ее существенной особенности, приходим согласно формуле (6) к следующему выражению для соответствующего конечнозонного решения уравнения (1):

$$\begin{gathered} s_1 = (y_+y_- + z_+z_-)/(y_-z_+ - y_+z_-), \quad s_2 = i(y_+y_- - z_+z_-)/(y_+z_- - y_-z_+), \\ s_3 = (y_+z_- + y_-z_+)/(y_-z_+ - y_+z_-), \\ y_\pm(x, t) = \theta(\mathbf{g}(x, t) \mp \mathbf{r})\exp\{ix\omega_1(ia) + it\omega_2(ia)\}, \\ z_\pm(x, t) = \theta(\mathbf{g}(x, t) + \mathbf{n} \mp \mathbf{r})\exp\{ix\omega_1(-ia) + it\omega_2(-ia)\}\omega_\pm\gamma_0, \end{gathered} \tag{8}$$

где $\mathbf{n} = \vec{\omega}(-ia)$, $\mathbf{r} = \vec{\omega}(\infty^+)$, $\vec{\omega}(\lambda) = \int_{ia}^{\lambda} d\vec{\omega}$, $d\vec{\omega} = (d\omega_1, d\omega_2, \ldots, d\omega_g)$ — базис голоморфных дифференциалов, $\theta(\mathbf{p})$ — тэта-функция поверхности Γ_0, построенная по матрице B-периодов базиса $d\vec{\omega}$,

$$\mathbf{g}(x, t) = \frac{1}{2\pi}\mathbf{B}_1 x + \frac{1}{2\pi}\mathbf{B}_2 t + \mathbf{g}_0,$$

$$\mathbf{g}_0 = \vec{\eta} + \mathbf{K}_R, \quad \vec{\eta} = \sum_{k=1}^{g} \vec{\omega}(\mu_k),$$

$\mathbf{K}_R$ — вектор римановых констант, $\mathbf{B}_{1,2}$ — векторы B-периодов нормированных абелевых интегралов второго рода $\omega^{1,2}(\lambda)$, имеющих в качестве полюсов точки $\infty^\pm$: $\omega^1(\lambda) = \pm(\lambda + \ldots)$, $\omega^2(\lambda) = \pm 2(\lambda^2 + \ldots)$, $\lambda \to \infty^\pm$, $\omega_\pm = \exp\left\{\lim\limits_{\lambda\to\infty^\pm}(\omega^3(\lambda) - \ln\lambda)\right\}$, $\omega^3(\lambda)$ — нормированный абелев интеграл третьего рода с логарифмическими особенностями в точках $\infty^\pm$ (вычеты равны -1) и в точках $\pm ia$ (вычеты равны $+1$) и фиксированный условием $\omega^3(\lambda) = \ln\sqrt{\lambda^2 + ia} + o(1)$, $\lambda \sim -ia$, и, наконец, $\gamma_0 = \gamma\theta(\mathbf{g}_0 - \mathbf{n})/\theta(\mathbf{g}_0)$.

Отметим, что вектор $\mathbf{n}$ есть некоторый полупериод решетки, порожденной базисом $d\vec{\omega}$, и этот полупериод зависит от конкретной фиксации базиса группы $H_1(\Gamma_0)$.

3. В е щ е с т в е н н о с т ь. Пусть Γ_0 — вещественная кривая, тогда на поверхностях Γ_0 и $\hat{\Gamma}$ определена антиинволюция комплексного сопряжения $\lambda \to \bar{\lambda}$. Будем считать, что базис группы $H_1(\Gamma_0)$ выбран так, что соответствующие a-циклы инвариантны по отношению к этой антиинволюции*: $\bar{a}_j = a_j$, $j = 1, 2, \ldots, g$. Потребуем от определяющего функцию $\vec{\psi}_0$ вектора $\eta \in J(\Gamma_0)$ выполнения условия

$$\operatorname{Re}\vec{\eta} = \frac{g+1}{2}\vec{\mathbf{n}}. \tag{9}$$

В терминах дивизора D по теореме Абеля условие (9) означает, что на Γ_0 существует функция (ср. с работой [13]) $m_0(\lambda)$ такая, что $(m_0) = D - \bar{D}^* + (ia) + (-ia) - \infty^+ - \infty^-$. Нормируем функцию $m_0(\lambda)$ условием $\lim\limits_{\lambda\to -ia}(m_0(\lambda)(\lambda + ia)^{-1/2}) = 1$.

Определим теперь не фиксированный пока параметр γ_0 равенством

$$\gamma_0 = \sqrt{2ia\delta}, \quad \delta = \lim_{\lambda\to ia}\exp(\omega^3(\lambda) - \ln\sqrt{\lambda - ia}), \tag{10}$$

и потребуем наличия среди точек ветвления e_j хотя бы одной вещественной. Тогда, как нетрудно проверить, для функции $\vec{\psi}_0$ будет выполнено соотношение

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\gamma^2}(\lambda^2 + a^2) \end{pmatrix} \sigma_2 \vec{\bar{\psi}}_0^* = \vec{\psi}_0(\lambda)\frac{2a}{\gamma^2} m_0(\lambda),$$

которое в терминах функции $\psi(\lambda)$ переписывается в виде

$$\sigma_2\bar{\psi}^*(\bar{\lambda}, x, t) = \psi(\lambda, x, t)m(\lambda), \quad m(\lambda) = \frac{2a}{\gamma(\sqrt{\lambda^2 + a^2})}\begin{pmatrix} m_0(\lambda) & 0 \\ 0 & m_0^*(\lambda) \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Тождество (11) эквивалентно утверждению о вещественности вектора $\mathbf{s}$. Тем самым, наш основной результат может быть сформулирован следующим образом.

Т е о р е м а 1. *Пусть Γ_0 — вещественная кривая с указанным выше способом выбора a-циклов и точек ветвления, а вектор $\vec{\eta} \in J(\Gamma_0)$ и параметр $\gamma_0 \in \mathbb{C}$ подчинены условиям* (9) *и* (10).

Тогда формулами (8) *задается вещественное (и, следовательно, гладкое!) конечнозонное решение уравнения Ландау–Лифшица* (1).

З а м е ч а н и е 1. Опираясь на результаты работы Б.А. Дубровина и С.М. Натанзона [11], провести окончательную эффективизацию полученных нами условий вещественности не представляет труда. Под окончательной эффективизацией мы понимаем полную классификацию всех вещественных решений, сопровождающуюся точной конкретизацией вектора полупериодов n.

З а м е ч а н и е 2. Записанное в терминах проекций точек μ_k на плоскость $\mathbb{C}$ условие (9) принимает вид, аналогичный "полиномиальному" критерию Козела–Котлярова вещественности конечнозонных решений уравнения sine-Gordon (см. [14]).

З а м е ч а н и е 3. Для полного завершения "конечнозонного интегрирования" уравнения (1) необходимо предъявить алгебро-геометрические скобки Пуассона для его вещественных конечнозонных решений. По-видимому, опираясь на соответствующую технику работы С.П. Новикова и Б.А. Дубровина [15], не соста-

---

* Возможность такого выбора a-циклов подробно обсуждена в работе [11], посвященной классификации вещественных решений уравнения sine-Gordon (см. также [12]).

вит чрезмерного труда провести все необходимые выкладки в рассматриваемой нами ситуации.

В заключение мы хотим поблагодарить Н.Н. Боголюбова (мл.) и А.К. Прикарпатского за предоставленную возможность ознакомиться с их статьей [3] до ее опубликования.

Ленинградский государственный университет
им. А.А. Жданова

Поступило
21 II 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sklyanin E.K.* LOMI preprint, 1979, № E-3. 2. *Боровик А.Е.* Докт. дис. Харьков, 1981. 3. *Боголюбова Н.Н., мл. Прикарпатский А.К.* В сб.: Математические методы и физико-механические поля. Киев: Наукова думка, 1983. 4. *Flaschka H., Forest M., Mclaughlin D.W.* – Com. Pure. Appl. Math., 1980, vol. 33, № 6, p. 739. 5. *Прикарпатский А.К., Самойленко В.Г.* – Препринт ИМАН УССР, 1981, № 81, с. 44. 6. *Дубровин Б.А., Матвеев В.Б., Новиков С.П.* – УМН, 1976, т. 31, № 1, с. 55–136. 7. *Кричевер И.М.* – Функ. анализ и его прилож., 1977, т. 11, № 1, с. 15–31. 8. *Чередник И.В.* – Там же, 1981, т. 15, № 3, с. 93. 9. *Jimbo M., Miwa T., Ueno K.* – Res. Inst. Math. Sci., Kioto preprint, 1980, № 319. 10. *Mikhailov A.V.* – Phys. Lett A, 1982, vol. 92A, № 2, p. 51–55. 11. *Дубровин Б.А., Натанзон С.М.* – Функц. анализ и его прилож., 1982, т. 16, № 1, с. 27. 12. *Belokolos E.D., Enol'skii V.Z.* – ITP USSR, preprint, 1981, № 81–121 E. 13. *Чередник И.В.* – ДАН, 1982, т. 266, № 3, с. 593–597. 14. *Козел В.А., Котляров В.П.* – Докл. АН УССР. Сер. А., 1976, № 10, с. 878–881. 15. *Дубровин Б.А., Новиков С.П.* – ДАН, 1982, т. 267, № 6, с. 1295–1300.

УДК 519.45 + 511.45

МАТЕМАТИКА

Э.Б. ВИНБЕРГ

О РЕФЛЕКТИВНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ РЕШЕТКАХ

(Представлено академиком С.П. Новиковым 14 II 1983)

Группа ортогональных преобразований $(n + 1)$-мерной гиперболической решетки L (точнее, ее подгруппа индекса 2; см. ниже) может рассматриваться как дискретная группа движений n-мерного пространства Лобачевского. В том случае, когда она содержит подгруппу конечного индекса, порожденную отражениями, решетка L называется р е ф л е к т и в н о й. В работах [1–4] доказано, что унимодулярная гиперболическая решетка L рефлективна тогда и только тогда, когда $\dim L \leqslant 20$. В настоящей заметке излагаются соображения, приводящие к доказательству следующей теоремы.

Т е о р е м а. *Гиперболическая решетка размерности не меньше 53 не может быть рефлективной.*

Более тонкий анализ позволяет тем же методом доказать отсутствие реф лективных гиперболических решеток размерности не меньше 31 [5]. В соеди нении с результатом В.В. Никулина [6, 7] о конечности числа рефлективных ги перболических решеток данной размерности не меньше 3 (рассматриваемых с точ ностью до подобия) это дает надежду на классификацию всех рефлективных гипер болических решеток.

1. Неделимый вектор e квадратичной решетки L называется ее к о р н е м