

StR.i.H. Albrecht Gündel-vom Hofe

10. Aufgabenblatt zur „Statistik für Biologen“

(Abgabe der H-Aufgaben: bis maximal Freitag, 01.02.2013, ins Tutorenfach)

Ü 53. Aufgabe:

Aus einer Urne mit den „Wort“-Kugeln $\omega_1 = \text{„DER“}$, $\omega_2 = \text{„ZUFALL“}$, $\omega_3 = \text{„REGIERT“}$, $\omega_4 = \text{„DIE“}$, $\omega_5 = \text{„WELT“}$ werde zufällig eine Kugel ω_k gezogen. Auf dem Ereignisraum $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_5\}$ seien die Zufallsvariablen $X, Y, Z: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ mit $X(\omega)$ als Länge des gezogenen Wortes $\omega \in \Omega$, $Y(\omega)$ als Anzahl der Vokale im Wort $\omega \in \Omega$ und $Z(\omega)$ als Anzahl der Buchstaben ‚E‘ in $\omega \in \Omega$ definiert sowie die aus X, Y und Z gebildeten Zufallsvariablen $U = X + Y$ und $V = X \cdot Z$.

- Stellen Sie für die genannten Zufallsgrößen die entsprechenden Wertetabellen auf und ermitteln Sie daraus in jedem Fall die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie die Verteilungsfunktion.
- Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Form eines Stabdiagramms.

H 54. Aufgabe:

Aus einer Urne mit den „Wort“-Kugeln $\omega_1 = \text{„JEDE“}$, $\omega_2 = \text{„GERADE“}$, $\omega_3 = \text{„ZAHL“}$, $\omega_4 = \text{„AB“}$, $\omega_5 = \text{„VIER“}$, $\omega_6 = \text{„IST“}$, $\omega_7 = \text{„DIE“}$, $\omega_8 = \text{„SUMME“}$, $\omega_9 = \text{„ZWEIER“}$, $\omega_{10} = \text{„PRIMZAHLEN“}$ werde zufällig eine Kugel ω_k gezogen. Auf dem Ereignisraum $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_{10}\}$ seien die Zufallsvariablen $X, Y, V, W: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ mit $W(\omega)$ als Wortlänge von $\omega \in \Omega$, $V(\omega)$ als Anzahl der Vokale in $\omega \in \Omega$, $X(\omega)$ als 1 oder 0, je nachdem, ob der Buchstabe ‚E‘ in $\omega \in \Omega$ enthalten ist oder nicht, und $Y(\omega)$ als 1 oder 0, je nachdem, ob der Buchstabe ‚I‘ in $\omega \in \Omega$ enthalten ist oder nicht. Zusätzlich betrachte man die aus X und Y gebildete Zufallsvariable $U = X \cdot Y$.

Bestimmen Sie analog zu Aufgabe Ü 53 die entsprechenden Wertetabellen, die Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Verteilungsfunktionen für jede der angegebenen Zufallsgrößen.

	8,0
--	-----

Ü 55. Aufgabe: (Binomialverteilung)

Eine Maschine produziert Werkstücke unabhängig voneinander mit einem Ausschussanteil von $p > 0$. Ein potentieller Käufer dieser Maschine testet die Maschine, indem er 10 Stücke herstellen lässt. Kommt in der Produktionsserie höchstens ein Ausschussstück vor, kauft er die Maschine. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $K(p)$ dafür, dass der Kauf der Maschine stattfindet, und zwar nacheinander für die Werte $p = 0,1$, $p = 0,2$, ..., $p = 0,5$.

H 56. Aufgabe: (Binomialverteilung)

Zwei Ärzte A und B behaupten unabhängig voneinander, sie besäßen jeweils eine Methode, mit der sie mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,8$ die Augenfarbe eines Kindes Monate vor der Geburt bestimmen können. Um ihre Behauptung zu testen, lässt man beide 14 Voraussagen treffen. Wenn für die Anzahlen X_A, X_B der korrekten Voraussagen von A bzw. B jeweils $X_A \geq 11$ bzw. $X_B \geq 11$ gilt, dann wird man die Methode des jeweiligen Arztes akzeptieren und übernehmen. Anderenfalls wird man sie verwerfen.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Methode des Arztes A verworfen wird, obwohl er recht hat?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Methode des Arztes B angenommen wird, obwohl sie wertlos ist, weil B die Augenfarbe des Embryos zufällig geraten hat?

	8,0
--	-----

Ü 57. Aufgabe: (Hypergeometrische und Binomialverteilung)

Aus einer Kiste mit 6 Äpfeln und 4 Birnen werden zufällig 5 Früchte gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, höchstens 2 Äpfel zu ziehen, wenn die Stichprobe

- a) ohne Zurücklegen, b) mit Zurücklegen

gezogen wird? Wie verändern sich die Wahrscheinlichkeiten, wenn in der Kiste eine Birne durch einen Apfel ausgetauscht wird?

Tipp: Definieren Sie eine geeignete Zufallsgröße $X: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ und formulieren Sie das interessierende Ereignis mittels X .

H 58. Aufgabe: (Hypergeometrische und Binomialverteilung)

Eine Warenlieferung enthalte 40 intakte und 10 defekte Stücke. Es wird nun eine zufällige Stichprobe im Umfang von 10 Stücken ausgewählt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in der Stichprobe genau 2 defekte Stücke befinden?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 defekte Stücke in der Stichprobe sind?
- c) Wie verändern sich die Wahrscheinlichkeiten, wenn man die Stichprobe mit Zurücklegen auswählt?

Tipp: Definieren Sie eine geeignete Zufallsgröße $X: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ und formulieren Sie das interessierende Ereignis mittels X .

	8,0
--	-----