Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

WS 2012/13
12.12.2012

8. Aufgabenblatt zur „Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen Lebensmittelwiss./Landschaftsgestaltung“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 19.12.2012* in der VL)

<u>*25. Aufgabe:*</u>

Berechnen Sie x unter Anwendung der Logarithmengesetze und unter Beachtung von $\lg a = \log_{10} a$ und $\ln a = \log_e a$:

Ü (a) $x = \lg 5 \cdot \lg 20 + (\lg 2)^2$, **Ü** (b) $x = 3 \cdot 10^{-2 \lg 3}$, **H** (c) $x = \left(100^{\frac{1}{2}\lg 49}\right)^{\frac{1}{2}}$,

Ü (d) $x = \sqrt{10^{2+\lg 9}}$, **Ü** (e) $x = \sqrt{\sqrt{10}^{\,\lg 16}}$, **H** (f) $x = \sqrt[3]{10^{\frac{1}{2}(\lg 2 + \lg 32)}}$,

Ü (g) $x = \ln \dfrac{7{,}63}{\sqrt{e^3}}$, **Ü** (h) $x = \left(\sqrt{e}\right)^{3 \ln 5}$, **H** (j) $x = \left\{\left(\sqrt[3]{e}\right)^2\right\}^{\ln 8}$.

	8,0

<u>**Ü** *26. Aufgabe:*</u>

Eine Biologengruppe untersucht das Wachstumverhalten einer Zellkultur. Ausgehend von einer unbekannten Anzahl N_0 an Ausgangszellen, werden zu den Zeitpunkten $t_1 = 24h$ und $t_2 = 48h$ folgende Zellanzahlen gemessen: $N(24) = 801$ sowie $N(48) = 2.384$.

a) Bestimmen Sie die Wachstumskonstante $a > 0$ sowie die Anfangszahl N_0 an Zellen und stellen Sie das Wachstumsgesetz für die Zellkultur auf.

b) Erreicht die Zellkultur die Größe $N_k = 1.000.000$, wird die Untersuchung kritisch. Bestimmen Sie den Zeitpunkt $t > 0$ auf die Minute genau, wann die kritische Zellenzahl überschritten wird.

<u>**Ü** *27. Aufgabe:*</u>

Bei jährlicher Verzinsung (Zinsenszinsrechnung) vermehrt sich ein Startkapital K_0 gemäß der Formel: $K(t) = K_0 \cdot (1+p)^t$, wobei p der gegebene Zinssatz ist.

a) Bestimmen Sie das Kapital $K(2{,}5)$ nach 2½ Jahren, wenn bei einem Zinssatz von $p = 5{,}5\% = 0{,}055$ ein Startkapital von $K_0 = 1.000\ EUR$ angelegt wird.

b) In welchem Zeitraum Δt verdoppelt sich jeweils das Kapital?

c) Wie groß muss der Zinssatz p gewählt werden, damit nach 3 Jahren ein Kapital von $K(3) = 1.200\ EUR$ ausgezahlt werden kann?

bitte wenden!

H *28. Aufgabe:*

Eine Tasse Kaffee mit Anfangstemperatur $T_0 = 70\,^\circ\mathrm{C}$ werde bei $0\,^\circ C$ Außentemperatur auf das Fensterbrett des Arbeitszimmers gestellt. Nach $t = 15$ Minuten beträgt die Kaffee-Temperatur noch $T(15) = 14\,^\circ\mathrm{C}$.

a) Leiten Sie unter der Annahme, dass die Abkühlung des Kaffees sich *exponentiell* verhält, die mathematische Formel $T(t)$ für die Kaffeetemperatur zu jedem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ her. Ermitteln Sie dazu die Abkühlungskonstante $a > 0$.

b) Zu welchem Zeitpunkt t_0 auf die Sekunde genau muss man die Kaffeetasse wieder in den Raum holen, wenn die Kaffeetemperatur exakt $40\,^\circ\mathrm{C}$ betragen soll?

	8,0

Ü *29. Aufgabe:*

Der Luftdruck $p(x)$ in der Höhe x über dem Erdboden beträgt nach der Barometrischen Höhenformel $p(x) = p_0 \cdot e^{-\frac{a \cdot x}{p_0}}$ $(x \geq 0)$. Dabei sei p_0 der Luftdruck auf Erdbodenhöhe, gemessen in Hektopascal $[hPa]$, und $a > 0$ eine spezifische Gaskonstante.

a) Durch Messungen seien die Werte $p(100) = 1001{,}3\ hPa$ sowie $p(1000) = 899{,}1\ hPa$ ermittelt worden. Bestimmen Sie unter der Annahme, dass für die Gaskonstante der Wert $a = 0{,}1201\ hPa/m$ gegeben ist den Luftdruck p_0 auf Erdbodenhöhe.

b) In welcher Höhe x_0 beträgt der Luftdruckwert theoretisch $p(x_0) = 266{,}4\ hPa$? Geben Sie x_0 auf *cm* gerundet an.

Ü *30. Aufgabe:*

Die Temperatur-Volumen-Beziehung bei adiabatischer Zustandsänderung verläuft nach dem Gesetz $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}$ mit dem Adiabatenexponenten $\kappa > 1$.

a) Unter der Bedingung, dass das Anfangsvolumen V_1 der Luft in einem pneumatischen Feuerzeug, ausgehend von einer Anfangstemperatur von $T_1 = 293\ K$ auf $1/20$ komprimiert wird, bestimme man unter Vorgabe von $\kappa = 1{,}4$ die dadurch in dem Feuerzeug entstehende Temperatur T_2 .

b) Wie stark muss umgekehrt das Volumen V_1 verringert werden, damit in dem Feuerzeug eine Temperatur von $T_2 = 410\ K$ entsteht?

c) Ein Gas mit der Ausgangstemperatur $T_0 = 320\ K$ und unbekanntem Adiabatenexponenten $\kappa > 1$ kühlt sich bei Verdoppelung seines Ausgangsvolumens V_0 um $\Delta T = 87\ K$ ab. Bestimmen Sie aus der Adiabatengleichung den Exponenten κ (Rundung auf 3 Nachkommastellen).

H *31. Aufgabe:*

Die den Ablauf einer chemischen Reaktion beschreibende *Geschwindigkeitskonstante* k steht in Abhängigkeit von der absoluten Temperatur T , bei welcher die Reaktion abläuft. Der Zusammenhang zwischen beiden Größen wird beschrieben durch die *Arrheniussche Gleichung* $k(T) = A \cdot e^{-\frac{\lambda}{T}}$, wobei $A = 4{,}3 \cdot 10^{13}\ s^{-1}$ eine für die betrachtete Reaktion charakteristische Konstante und $\lambda > 0$ den die spezifische Aktivierungsenergie der Reaktion enthaltenden Parameter bezeichnet.

a) In der Reaktionsgleichung $(*)$ $C_2H_5Cl\,(g) \rightarrow C_2H_4\,(g) + HCl\,(g)$ sei $\lambda > 0$ gegeben durch $\lambda = 2{,}95 \cdot 10^4\ K$. Bestimmen Sie $k(T)$ für $T = 300\ K$ und $T = 700\ K$.

b) Bei welcher Temperatur T_1 ist $k(T_1) = 1{,}9 \cdot 10^{-28}\ s^{-1}$?

c) Die Geschwindigkeitskonstante der Gleichung $(*)$ $2\ NOCl\,(g) \rightarrow 2NO\,(g) + Cl_2\,(g)$ ist bei $T_1 = 300\ K$ und bei $T_2 = 400\ K$ gegeben durch $k(300) = 2{,}8 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$ bzw. $k(400) = 7{,}0 \cdot 10^{-1}\ s^{-1}$. Man bestimme den Parameter λ dieser Reaktion sowie anschließend die Konstante A für die betrachtete Reaktion.

	10,0