Technische Universität Berlin
Fakultät II - Mathematik und Naturwissen-schaften
Institut für Mathematik

StR.i.H.
A. Gündel-vom Hofe

WS 2012/13
07.02.2013

Probeklausur zur „Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen BT, MT und ET“

Name: ....*Vorname:* ....*Matr.-Nr.:* ....

Studiengang *(L2/L4/L5/Ba):* ....*berufliche Fachrichtung:* ....

Mit 15 von den 30 erreichbaren Punkten ist die Klausur bestanden.

Es sind *Taschenrechner* ohne Programmierfunktionen zugelassen. Abzugeben sind die Lösungen in *Reinschrift* mit allen *Nebenrechnungen* auf *DIN A4*-Blättern. Mit *Bleistift* oder *in Rot* geschriebene Klausuren werden *nicht gewertet*.

Unterschrift des Korrektors: ....*Punktzahl:* ....*Note:* ....

---

1. Aufgabe:

a) Lösen Sie im *Binärsystem* für die beiden Zahlen $a = 766$ und $b = 390$ die Multiplikationsaufgabe $x = a \cdot b$, und geben Sie anschließend das *Ergebnis* x auch in *Oktal*- und *Hexadezimaldarstellung* an.

b) Wandeln Sie den *periodischen* b-adischen Bruch $x = (0,\overline{ABA})_{12}$ in die zugehörige Bruchdarstellung $x = \frac{a}{b} \in \mathbf{Q}$ um. Anschließend mache man die Probe durch Rückumwandlung.

Tipp zu (a): *Eigenprobe* durch Rückumwandlung von x ins Dezimalsystem ist hilfreich.

5,0	

2. Aufgabe:

Die folgende Textaufgabe wandle man in ein *lineares Gleichungssystem* (LGS) und löse dieses mittels Gaußalgorithmus:

Drei Zahlen sind gegeben. Bildet man die *Summe*, so erhält man 66 . Verkleinert man die erste Zahl um 1 , vergrößert die mittlere Zahl um 2 und die dritte um 1 , so ist die *Summe der Quadrate* der drei „neuen“ Zahlen um 114 größer als die Quadratsumme der alten. Außerdem vergrößert sich das *Produkt der beiden ersten Zahlen* durch die genannte Änderung um 10 gegenüber dem Produkt der beiden entsprechenden Ausgangszahlen.

5,0	

3. Aufgabe:

a) Gegeben seien die drei Punkte $A(-1,3)$; $B(1,-5)$ sowie $C(4,-2)$ der Ebene $\mathbf{R}^2$. Bestimmen Sie die Menge $\mathbf{L}$ aller kubischen Parabeln $y = q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, deren Graph durch die drei Punkte A, B und C verläuft.

bitte wenden!

b) Zeigen Sie: Die Menge $\boldsymbol{L}$ aus Teil (a) bildet einen affinen Teilraum im Vektorraum aller Polynome vom Grad ≤ 3 der Gestalt:

$\boldsymbol{L} = p + Lin\,(q)$, wobei $p(x)$ ein spezielles quadratisches Polynom und $q(x)$ ein normiertes kubisches Polynom ist mit $q(-1) = q(1) = q(4) = 0$.

<u>*Tipp:*</u> Setzen Sie $\vec{x} = \begin{pmatrix} d \\ c \\ b \\ a \end{pmatrix}$ in Teil (a) als Unbekannten"vektor" an.

5,0	

<u>*4. Aufgabe:*</u>

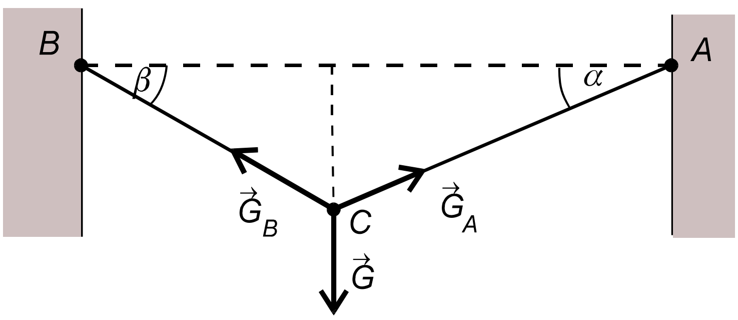
Zeigen Sie unter Zuhilfenahme der Determinantenrechnung, dass die drei Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in $V = \boldsymbol{R}^3$ eine Basis bilden, und bestimmen Sie die entsprechenden Darstellungen der Standardeinheitsvektoren $\vec{e}_k \in V$ als Linearkombinationen der $\vec{v}_k$ $(k = 1,2,3)$ (Basistransformation). Führen Sie für die von Ihnen ermittelte Basistransformationsmatrix die Probe aus.

5,0	

<u>*5. Aufgabe:*</u>

Zwischen den in gleicher Höhe liegenden Punkten A und B ist ein Drahtseil gespannt, an dem im Punkt C ein Körper mit dem Gewicht $G = 1.000\ N$ hängt. Es treten in Richtung der beiden Seilstränge $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ die Zugkräfte $G_A = 800\ N$ bzw. $G_B = 900\ N$ auf. Wie groß sind die Winkel α und β der Seilstränge in A und B gegenüber der Horizontalen?

Skizze:



<u>*Tipp:*</u> Man beachte, dass die drei Kräfte $\vec{G}_A$, $\vec{G}_B$ und $-\vec{G}$ ein *Kräfteparallelogramm* bilden (Skizze vervollständigen).

5,0	

<u>*6. Aufgabe:*</u>

Gegeben seien die 3 Vektoren $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ sowie $\vec{k} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie den Winkel φ zwischen $\vec{v}$ und $\vec{w}$ sowie den Flächeninhalt A des von beiden Vektoren aufgespannten Parallelogramms.

b) Konstruieren Sie durch Anwendung des Skalar- und des Vektorprodukts aus den beiden Vektoren $\vec{v}, \vec{w} \in \boldsymbol{R}^3$ eine *Orthogonalbasis* $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \boldsymbol{R}^3$ im $\boldsymbol{R}^3$.

c) Ermitteln Sie zusätzlich für den gegebenen Vektor $\vec{k} \in \boldsymbol{R}^3$ die (eindeutig gegebenen) Koeffizienten α, β und γ in der Darstellung $\vec{k} = \alpha\,\vec{a} + \beta\,\vec{b} + \gamma\,\vec{c}$ von $\vec{k}$ als Linearkombination der in Teil (b) ermittelten Orthogonalbasis.

5,0	

<u>*Zur Erinnerung*</u>*:*

Der **schriftliche Test zur „Mathematik I für Berufliche Fachrichtungen“** – er ist als *prüfungsäquivalente Studienleistung* Teil der Modulprüfung – wird am **Donnerstag, den 21.02.2013 von 16:00 bis 19:00 Uhr** geschrieben, und zwar im **Hörsaal MA 001** im Mathegebäude (Erdgeschoss).

Denken Sie daran, ein **Lineal,** einen nicht programmierbaren **Taschenrechner** sowie **ausreichend** eigenes **Papier** zum Schreiben mitzubringen !!

Als **Unterlagen** sind erlaubt: das **Kurzskript der VL** sowie ein **selbstbeschriebenes DIN A4-Blatt (einseitig!!!)** mit Formeln, ohne Beispielaufgaben darauf. Das Formelblatt ist dann zusammen mit den bearbeiteten Klausuraufgaben abzugeben.

Die **Ergebnisse der Klausur** werden nach Abschluss der Korrektur **anonymisiert per Aushang an meiner Tür (MA 826), am „Schwarzen Brett“** im Flur auf dem 8. Stock –neben dem Raum MA 828 – **sowie auf der Homepage** bekannt gegeben. Es findet in der Woche ab dem 25.02.2013 eine **Einsichtnahme** in die Klausur statt. Der genaue Termin und Ort wird noch bekannt gegeben (**siehe** dann auf dem **Aushang** der Testergebnisse).

<u>Achtung:</u>
Studenten/innen im Studiengang „Bachelor mit Lehroption“ bekommen ihre Klausuren prinzipiell *nicht* zurück, da diese Modulprüfungsunterlagen sind.

Die **Nachklausur** zur „Mathematik I für Berufliche Fachrichtungen“ findet zu Beginn der Vorlesungszeit im SS 2013 statt. Genaueres siehe dann auf der Homepage der LV.

NUN VIEL „SPASS“ UND GELINGEN BEI DER VORBEREITUNG DER KLAUSUR UND VOR ALLEM VIEL ERFOLG BEIM SCHREIBEN !