Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

WS 2012/13
13.12.2012

9. Aufgabenblatt zur „Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen BT, MT und ET“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 20.12.2012* in der VL)

27. Aufgabe:

Untersuchen Sie, ob folgende Teilmengen U_i des Vektorraums $V = \boldsymbol{R}^3$ Teilräume sind oder nicht, und geben Sie jeweils für Ihre Entscheidung eine Begründung:

Ü (a) $U_1 = \left\{ \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; v_1 + v_2 = 2 \right\}$, **Ü** (b) $U_2 = \left\{ \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; v_1 + v_2 = v_3 \right\}$,

H (c) $U_3 = \left\{ \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; v_1 = v_2 \right\}$, **Ü** (d) $U_4 = \left\{ \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; v_1 \cdot v_2 = v_3 \right\}$,

Ü (e) $U_5 = \left\{ \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; v_1 = v_2 \text{ oder } v_1 = v_3 \right\}$,

H (f) $U_6 = \left\{ \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; v_1^2 = v_2^2 \right\}$.

	6,0

Ü *28. Aufgabe:*

Zeigen Sie, dass für jedes beliebige $\alpha \in \boldsymbol{R}$ bei fest vorgegebenen Koeffizienten $a,b,c \in \boldsymbol{R}$ die Menge $A_\alpha = \left\{ \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \;\middle|\; ax + by + cz = \alpha \right\}$ einen affinen Teilraum von $V = \boldsymbol{R}^3$ darstellt. Für welche α liegt speziell ein Unterraum vor?

29. Aufgabe:

Die Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in V$ eines Vektorraumes V über $\boldsymbol{R}$ seien linear unabhängig. Untersuchen Sie im folgenden jeweils die aus $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ gebildeten Linearkombinationen (i) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ und (ii) $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ auf lineare Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit.

Ü (a) $\vec{a} = -\vec{u} + 2\,\vec{v}$, $\vec{b} = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$, $\vec{c} = \vec{u} - 3\,\vec{v} + \vec{w}$, $\vec{d} = \vec{u} + 3\,\vec{v} - 2\,\vec{w}$.

bitte wenden!

Ü (b) $\vec{a} = \vec{u} + 2\,\vec{v} + 3\,\vec{w}$, $\vec{b} = 2\,\vec{u} + \vec{v} - 3\,\vec{w}$, $\vec{c} = -\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{d} = -\vec{u} + 3\,\vec{v} - 3\,\vec{w}$.

Ü (c) $\vec{a} = 3\,\vec{u} + \vec{v} + 3\,\vec{w}$, $\vec{b} = \vec{u} + 3\,\vec{v} + 3\,\vec{w}$, $\vec{c} = 3\,\vec{u} + 3\,\vec{v} + \vec{w}$, $\vec{d} = -3\,\vec{u} + 3\,\vec{v} + 7\,\vec{w}$.

H (d) $\vec{a} = \vec{v} + 2\,\vec{w}$, $\vec{b} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$, $\vec{c} = 2\,\vec{v} + 4\,\vec{w}$, $\vec{d} = 2\,\vec{u} + \vec{v} - 2\,\vec{w}$.

	6,0