Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

WS 2012/13
06.12.2012

8. Aufgabenblatt zur „Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen BT, MT und ET“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 13.12.2012* in der VL)

<u>*25. Aufgabe:*</u>

Unter Anwendung der *Rechenregeln* für die Determinantenberechnung (insbesondere Gaußsche Zeilen- und Spaltenoperationen) berechne man $det\ A$ für folgende Matrizen A :

Ü (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{pmatrix}$, **Ü** (b) $A = \begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{pmatrix}$, **H** (c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & b+1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & c+1 \end{pmatrix}$,

Ü (d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 6 & 10 & 15 \\ 1 & 4 & 10 & 20 & 35 \\ 1 & 5 & 15 & 35 & 70 \end{pmatrix}$, **Ü** (e) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

H (f) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

	8,0

<u>*26. Aufgabe:*</u>

Zeigen Sie zunächst unter Anwendung der Determinantenberechnung, dass das LGS $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ *eindeutig* lösbar ist und berechnen Sie die Lösung dieses LGS unter Anwendung der *Cramerschen Regel*, wobei A und $\vec{b}$ gegeben sind durch

Ü (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, **Ü** (b) $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 11 & -6 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,

H (c) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$,

Ü (d) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, **Ü** (e) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 15 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

bitte wenden!

H (f) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

	8,0

<u>27. Aufgabe:</u>

Die Vektoren $\vec{u},\vec{v},\vec{w} \in V$ eines Vektorraumes V über $\boldsymbol{R}$ seien linear unabhängig. Untersuchen Sie im folgenden jeweils die aus $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ gebildeten Linearkombinationen (i) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ und (ii) $\vec{b},\vec{c},\vec{d}$ auf lineare Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit.

Ü (a) $\vec{a} = -\vec{u} + 2\,\vec{v}$, $\vec{b} = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$, $\vec{c} = \vec{u} - 3\,\vec{v} + \vec{w}$, $\vec{d} = \vec{u} + 3\,\vec{v} - 2\,\vec{w}$.

Ü (b) $\vec{a} = \vec{u} + 2\,\vec{v} + 3\,\vec{w}$, $\vec{b} = 2\,\vec{u} + \vec{v} - 3\,\vec{w}$, $\vec{c} = -\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{d} = -\vec{u} + 3\,\vec{v} - 3\,\vec{w}$.

Ü (c) $\vec{a} = 3\,\vec{u} + \vec{v} + 3\,\vec{w}$, $\vec{b} = \vec{u} + 3\,\vec{v} + 3\,\vec{w}$, $\vec{c} = 3\,\vec{u} + 3\,\vec{v} + \vec{w}$, $\vec{d} = -3\,\vec{u} + 3\,\vec{v} + 7\,\vec{w}$.

H (d) $\vec{a} = \vec{v} + 2\,\vec{w}$, $\vec{b} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$, $\vec{c} = 2\,\vec{v} + 4\,\vec{w}$, $\vec{d} = 2\,\vec{u} + \vec{v} - 2\,\vec{w}$.

	6,0