Technische Universität Berlin Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften

WS 2012/13 27.11.2012

Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

7. Aufgabenblatt zur "Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen BT, MT und ET"

(Abgabe der Hausaufgaben: 06.12.2012 in der VL)

23. Aufgabe:

Bestimmen Sie mithilfe des Gaußschen Algorithmus jeweils die Inverse A^{-1} zur Matrix A, falls diese überhaupt existiert, und testen Sie anschließend, ob gilt $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$:

$$\ddot{\mathbf{U}} \text{ (a) } A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}, \qquad \ddot{\mathbf{U}} \text{ (b) } A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 10 & -6 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{H} \text{ (c) } A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\ddot{\mathbf{U}} \text{ (d) } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \ddot{\mathbf{U}} \text{ (e) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & -15 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{H} \text{ (f) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

24. Aufgabe:

Man berechne die folgenden Determinanten det *A* , wobei man gegebenenfalls Entwicklung nach einer geeigneten Zeile bzw. Spalte verwendet:

$$\ddot{\mathbf{U}} \text{ (a) } \det A = \begin{vmatrix} 4 & 12 \\ -2 & -8 \end{vmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{U}} \text{ (b) } \det A = \begin{vmatrix} -7 & 6 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{H} \text{ (c) } \det A = \begin{vmatrix} 13 & -11 \\ -12 & 8 \end{vmatrix},$$

$$\ddot{\mathbf{U}} \text{ (d) } \det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{U}} \text{ (e) } \det A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & -15 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{H} \text{ (f) } \det A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \qquad \qquad \begin{vmatrix} 1 & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{U}} \text{ (g) } \det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{U}} \text{ (h) } \det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -b \\ 0 & b & 1 & 0 \end{vmatrix} \text{ für } a, b \in \mathbf{R} \text{ beliebig,}$$

$$\mathbf{H} \text{ (j) } \det A = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 10 & 5 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

8,0

Seite 2 "Mathematik I für die Berufl. Fachr. BT, MT und ET"

25. Aufgabe:

Unter Anwendung der Rechenregeln für die Determinantenberechnung (insbesondere Gaußsche Zeilen- und Spaltenoperationen) berechne man det A für folgende Matrizen A:

$$\ddot{\mathbf{U}} \text{ (a) } A = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{pmatrix} , \ \ddot{\mathbf{U}} \text{ (b) } A = \begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{pmatrix} , \ \mathbf{H} \text{ (c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & b+1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & c+1 \end{pmatrix} ,$$

$$\ddot{\mathbf{U}} \text{ (d) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 6 & 10 & 15 \\ 1 & 4 & 10 & 20 & 35 \\ 1 & 5 & 15 & 35 & 70 \end{pmatrix}, \ \ddot{\mathbf{U}} \text{ (e) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H} \text{ (f) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

8,0