Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

WS 2012/13
31.01.2013

13. Aufgabenblatt zur „Mathematik I für die Beruflichen Fachrichtungen BT, MT und ET“

(*Abgabe der Hausaufgaben:* ***NEU*** *12.02.2013* in der VL)

<u>44. Aufgabe:</u>

Bestimmen Sie für die Vektoren $\vec{a},\vec{b} \in \boldsymbol{R}^n$ der Längen $a = \|\vec{a}\|$ und $b = \|\vec{b}\|$ den Winkel φ, den $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einschließen, wenn sie jeweils folgende Eigenschaften besitzen:

Ü (a) $a = 3$, $b = 4$ sowie $\left(2\vec{a} - \vec{b}\right) \perp \left(\vec{a} + \vec{b}\right)$;

Ü (b) $a = 3$, $b = 5$ sowie $\left(2\vec{a} - \vec{b}\right) \perp \left(\vec{a} + 3\vec{b}\right)$;

H (c) $a = 3$, $b = 2$ sowie $\left(2\vec{a} + 3\vec{b}\right) \perp \left(\vec{a} - 2\vec{b}\right)$;

Ü (d) $\left(3\vec{a} + \vec{b}\right) \perp \left(\vec{a} - 2\vec{b}\right)$ sowie $\left(\vec{a} - \vec{b}\right) \perp \left(2\vec{a} + \vec{b}\right)$;

Ü (e) $\left(2\vec{a} - \vec{b}\right) \perp \left(\vec{a} + \vec{b}\right)$ sowie $\left(\vec{a} - 2\vec{b}\right) \perp \left(2\vec{a} + \vec{b}\right)$;

H (f) $\left(\vec{a} + 2\vec{b}\right) \perp \left(2\vec{a} - \vec{b}\right)$ sowie $\left(2\vec{a} + \vec{b}\right) \perp \left(\vec{a} - \vec{b}\right)$.

	8,0

<u>45. Aufgabe:</u>

Bestimmen Sie für die im Folgenden gegebenen Vektoren $\vec{a},\vec{b},\vec{k} \in \boldsymbol{R}^3$ jeweils

(i) den Winkel φ zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$,

(ii) den Flächeninhalt des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms sowie

(iii) die orthogonalen Projektionen $\vec{k}_a$ und $\vec{k}_b$ von $\vec{k}$ in Richtung von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sowie die orthogonale Projektion $\vec{k}_n$ in die Richtung senkrecht zu $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Ü (a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$;

Ü (b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$;

Ü (c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$;

H (d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

	8,0

bitte wenden!

46. Aufgabe:

Konstruieren Sie durch Anwendung des Skalar- und des Vektorprodukts aus den beiden im Folgenden gegebenen linear unabhängigen Vektoren $\vec{v}, \vec{w} \in \boldsymbol{R}^3$ jeweils eine *Orthogonal-basis* $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \boldsymbol{R}^3$ im $\boldsymbol{R}^3$ und ermitteln Sie zusätzlich für den gegebenen Vektor $\vec{k} \in \boldsymbol{R}^3$ die (eindeutig gegebenen) Koeffizienten α, β und γ in der Darstellung von $\vec{k}$ als Linear-kombination der Form $\vec{k} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$:

Ü (a) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$; **Ü** (b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;

Ü (c) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$; **H** (d) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{k} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

	8,0