

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

**8. Aufgabenblatt zur
 „Mathematik II für die Beruflichen
 Fachrichtungen BT, MT und ET“**

(Abgabe der Hausaufgaben: 19.06.2013 in der VL)

68. Aufgabe:

a) Bestimmen Sie zu folgenden komplexen Gleichungen sämtliche *komplexen Wurzeln*:

$$\begin{array}{lll} \ddot{U} \text{ (a) } z^5 = i, & \ddot{U} \text{ (b) } z^8 = -1, & \text{H (c) } z^3 = -8i, \\ \ddot{U} \text{ (d) } z^{\frac{3}{2}} = -2 + 2i, & \ddot{U} \text{ (e) } z^{\frac{4}{3}} = 3 - i, & \text{H (f) } z^{-\frac{5}{4}} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}. \end{array}$$

b) Skizzieren Sie jeweils die verschiedenen Lösungen z_0, z_1, \dots, z_{n-1} der Gleichung $z^n = a$ und zeigen Sie geometrisch mittels Vektoraddition, dass gilt:

$$z_0 + z_1 + \dots + z_{n-1} = 0.$$

	8,0
--	-----

69. Aufgabe:

Bestimmen Sie mittels geeigneter Substitution und Lösen einer quadratischen Gleichung sämtliche komplexen Lösungen zu folgenden Gleichungen.

Skizzieren Sie anschließend die gefundenen Lösungen z_k und $\bar{z}_k = \bar{z}_k$ ($k = 0, \dots, n-1$) in der Gaußschen Zahlenebene.

$$\begin{array}{ll} \ddot{U} \text{ (a) } p(z) = z^8 + 4z^4 + 8 = 0; & \ddot{U} \text{ (b) } p(z) = z^{10} - 2z^5 + 10 = 0; \\ \ddot{U} \text{ (c) } p(z) = z^4 + 2z^2 + 2 = 0; & \text{H (d) } p(z) = z^6 - 6z^3 + 18 = 0. \end{array}$$

	8,0
--	-----

70. Aufgabe:

Durch Anwendung des 3. Binoms beseitige man die Wurzel im Nenner der folgenden Brüche und vereinfache anschließend so weit wie möglich:

$$\begin{array}{llll} \ddot{U} \text{ (a) } \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}, & \ddot{U} \text{ (b) } \frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, & \ddot{U} \text{ (c) } \frac{4\sqrt{10}-7\sqrt{3}}{\sqrt{10}-\sqrt{3}}, & \ddot{U} \text{ (d) } \frac{7\sqrt{5}+4\sqrt{3}}{5\sqrt{3}+2\sqrt{5}}, \\ \ddot{U} \text{ (e) } \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}, & \text{H (f) } \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{8})}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}, & \text{H (g) } \frac{2\sqrt{6}+3\sqrt{5}}{2\sqrt{6}-3\sqrt{5}}, & \text{H (h) } \frac{2-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}-\sqrt{7}}. \end{array}$$

	8,0
--	-----

71. Aufgabe:

Vereinfachen Sie folgende Terme durch Anwendung der Potenzgesetze:

$$\ddot{U} \text{ (a) } \frac{18^4(a^2b)^2}{27^3 \cdot (2a\sqrt{a} \cdot b)^2}, \quad \text{H (b) } \left(\frac{45b^2y^3}{24a^3x} \right)^2 \cdot \left(\frac{6bx^3}{9ay^3} \right)^3 \cdot \left(\frac{75b^3x^3}{36a^4y} \right)^2,$$

$$\text{Ü (c)} \quad \frac{a^{-2} \cdot x^{-4} \cdot y^{-6}}{b^3 \cdot c^{-4} \cdot z^{-5}} : \frac{a^{-3} \cdot b^{-5} \cdot x^{-3}}{c^{-5} \cdot y^6 \cdot z^{-7}},$$

$$\text{H (d)} \quad \frac{27x^{-5} \cdot y^{-6} \cdot z^{-1}}{45x^{-4} \cdot y^{-5} \cdot z^0} : \frac{49x^{-2} \cdot y^{-3} \cdot z^{-4}}{42x^{-3} \cdot y^{-4} \cdot z^{-3}}.$$

	6,0
--	-----

72. Aufgabe:

Vereinfachen Sie die folgenden Terme durch Anwendung der Potenzgesetze für rationale Exponenten (Wurzeln):

$$\text{Ü (e)} \quad \sqrt{a \cdot \sqrt[8]{a^5 \cdot \sqrt[3]{a}}} : \sqrt[4]{a \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt{a}}},$$

$$\text{Ü (f)} \quad \sqrt[4]{\frac{a}{b} \cdot \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2}}},$$

$$\text{Ü (g)} \quad \frac{\sqrt[3]{x \cdot \sqrt[5]{x^4}}}{\sqrt[5]{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}} : \frac{\sqrt[7]{x \cdot \sqrt{x^3}}}{\sqrt{x \cdot \sqrt[7]{x^5}}},$$

$$\text{H (h)} \quad \frac{\sqrt[6]{a^5 \cdot \sqrt[3]{a^2}}}{\sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt[6]{a^4}}} : \frac{\sqrt{a^3 \cdot \sqrt[9]{a^7}}}{\sqrt[9]{a^7 \cdot \sqrt{a}}}.$$

	6,0
--	-----