Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissen-schaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

SS 2013
27.05.2013

6. Aufgabenblatt zur „Mathematik II für die Beruflichen Fachrichtungen BT, MT und ET“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 05.06.2013* in der VL)

64. Aufgabe:

Man löse die folgenden quadratischen Gleichungen mit komplexen Koeffizienten und führe anschließend die Probe nach Vieta durch:

Ü (a) $z^2 + (4-2i)\cdot z - 8i = 0$, **Ü** (b) $z^2 - (1-2i)\cdot z + (3-3i) = 0$,

Ü (c) $z^2 + 2i\cdot z + (2+4i) = 0$, **Ü** (d) $z^2 - (4+i)\, z + (5+5i) = 0$,

H (e) $z^2 + (2-7i)\cdot z - 14i = 0$, **H** (f) $z^2 - (6-3i)\cdot z + (10+12i) = 0$.

	8,0

65. Aufgabe:

Durch Interpretation der komplexen Zahlen z_1 und z_2 als Punkte der Gaußschen Zahlenebene ermittle man *rein zeichnerisch* - d.h. *geometrisch* - unter Anwendung von Vektoraddition und skalarer Multiplikation die zusammengesetzte Zahl w . Machen Sie anschließend die Probe, indem Sie das „geometrische“ mit dem „arithmetischen“ Ergebnis für w vergleichen.

Ü (a) $w = 2\cdot z_1 - \frac{1}{2}\cdot z_2$ mit $z_1 = -1+2i$, $z_2 = 4-i$; **Ü** (b) $w = c\cdot z$ mit $c = 1-2i$, $z = -3+2i$;

Ü (c) $w = \frac{1}{z}$ mit $z = -1-i$;

Ü (d) $w = 4\cdot z_1 + 3\cdot z_2$ mit $z_1 = 2-i$, $z_2 = -2+3i$; **Ü** (e) $w = c\cdot z$ mit $c = 3-i$, $z = 2+i$;

Ü (f) $w = \frac{1}{z}$ mit $z = \frac{3-i}{4}$;

H (g) $w = -z_1 + 3\cdot z_2$ mit $z_1 = -4+i$, $z_2 = 2-i$; **H** (h) $w = c\cdot z$ mit $c = 2+i$, $z = 4-i$.

H (j) $w = \frac{1}{z}$ mit $z = 2+3i$.

	8,0

66. Aufgabe:

Man forme die folgenden in Polardarstellung gegebenen komplexen Zahlen $z \in \mathbf{C}$ in die cartesische Schreibweise $z = x + i\cdot y$ um:

Ü (a) $z = \sqrt{3}\cdot e^{i\cdot\frac{\pi}{4}}$. **Ü** (b) $z = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot e^{i\cdot\pi}$, **H** (c) $z = 4\cdot e^{-i\cdot\frac{3\pi}{2}}$,

Ü (d) $z = \sqrt{6}\cdot e^{i\cdot\frac{\pi}{3}}$, **Ü** (e) $z = \frac{4}{5}\cdot e^{-i\cdot\frac{\pi}{6}}$, **H** (f) $z = \sqrt{2}\cdot e^{i\cdot\frac{9\pi}{4}}$.

	4,0

<u>67. Aufgabe:</u>

Für folgende komplexe Zahlen $z \in \mathbf{C}$ bestimme man die zugehörige Polardarstellung:

Ü (a) $z = -1 + i$, **Ü** (b) $z = \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{i}{2}$, **H** (c) $z = 2 \cdot (1 - \sqrt{3}\, i)$,

Ü (d) $z = 1 + i\sqrt{3}$, **Ü** (e) $z = (2 - i)^2$, **H** (f) $z = 3 + \sqrt{2}\, i$,

Ü (g) $z = \sqrt{5} - i$, **H** (h) $z = \frac{\sqrt{2}}{1 + i}$.

	6,0

<u>68. Aufgabe:</u>

a) Bestimmen Sie zu folgenden komplexen Gleichungen sämtliche *komplexen Wurzeln*:

Ü (a) $z^5 = i$, **Ü** (b) $z^8 = -1$, **H** (c) $z^3 = -8i$,

Ü (d) $z^{-\frac{3}{2}} = -2 + 2i$, **Ü** (e) $z^{\frac{4}{3}} = 3 - i$, **H** (f) $z^{-\frac{5}{4}} = \frac{1 + i}{\sqrt{2}}$.

b) Skizzieren Sie jeweils die verschiedenen Lösungen $z_0 , z_1 , \ldots, z_{n-1}$ der Gleichung $z^n = a$ und zeigen Sie geometrisch mittels Vektoraddition, dass gilt:

$$z_0 + z_1 + \ldots + z_{n-1} = 0 \quad .$$

	8,0