Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

SS 2013
21.05.2013

5. Aufgabenblatt zur „Mathematik II für die Beruflichen Fachrichtungen BT, MT und ET“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 29.05.2013* in der VL)

<u>*60. Aufgabe:*</u>

Zu folgenden komplexen Zahlen $z \in \boldsymbol{C}$ gebe man - nach eventueller Umformung - jeweils *Re z*, *Im z* , $\bar{z}$ sowie $|z|$ und *arg z* - und zwar im *Grad- und Bogenmaß* - an. Veranschaulichen Sie außerdem geometrisch jeweils z und $\bar{z}$ in der Gaußschen Zahlenebene:

Ü (a) $z = -1 + i$, **Ü** (b) $z = 1 + \sqrt{3}\, i$, **H** (c) $z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\, i$, **Ü** (d) $z = \sqrt{5} - i$,

Ü (e) $z = (2 - i)^3$, **H** (f) $z = (1 - i)^8$, **Ü** (g) $z = \dfrac{\sqrt{2}}{1+i}$, **H** (h) $z = \dfrac{(\sqrt{3} - i)^2}{2}$

	6,0

<u>*61. Aufgabe:*</u>

Gegeben seien die komplexen Zahlen $u = 2 + 3i$, $v = 5 - i$ und $w = 1 + i$ ($u,v,w \in \boldsymbol{C}$).
Man berechne (unter Zuhilfenahme von $i^2 = -1$) :

Ü (a) $z = 2u + 3v$, **Ü** (b) $z = 3u - 2v$, **H** (c) $z = 3u \cdot v + w^2$, **Ü** (d) $z = w^3$,

Ü (e) $z = \dfrac{1}{w}$, **H** (f) $z = \dfrac{u}{v}$, **Ü** (g) $z = \left(\dfrac{w}{\bar{w}}\right)^2$, **Ü** (h) $z = \dfrac{u^2}{v \cdot w}$, **H** (j) $z = \dfrac{v^2}{\bar{u} \cdot w}$.

	8,0

<u>*62. Aufgabe:*</u>

Die folgenden komplexen Zahlen wandle man in die Form $z = x + iy$ mit $x,y \in \boldsymbol{R}$ um:

Ü (a) $z = (2 + \sqrt{3}\, i) \cdot (3 - \sqrt{2}\, i)$, **Ü** (b) $z = (3 + 2\sqrt{2}\, i) \cdot (3 - 2\sqrt{2}\, i)$,

Ü (c) $z = (a + b\, i) \cdot (2a + b\, i)$, **H** (d) $z = (c - \sqrt{d}\, i) \cdot (-c - 2\sqrt{d}\, i)$,

Ü (e) $z = \dfrac{56 + 33\, i}{12 - 5\, i}$, **Ü** (f) $z = \dfrac{3a + 4b\, i}{4a - 3b\, i} + \dfrac{4a - 3b\, i}{4a + 3b\, i}$, **H** (g) $z = \dfrac{63 + 16\, i}{4 + 3\, i}$,

Ü (h) $z = \dfrac{1 - 20\sqrt{5}\, i}{7 - 2\sqrt{5}\, i}$, **Ü** (j) $z = \dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{b}\, i}{\sqrt{a} - \sqrt{b}\, i} - \dfrac{\sqrt{b} + \sqrt{a}\, i}{\sqrt{b} - \sqrt{a}\, i}$, **H** (k) $z = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}\, i}{\sqrt{3} + \sqrt{2}\, i}$.

	8,0

<u>*63. Aufgabe:*</u>

Bestimmen Sie die komplexen Lösungen $z = x + i \cdot y \in \boldsymbol{C}$ der quadratischen Gleichung $z^2 = c$ für folgende $c \in \boldsymbol{C}$:

Ü (a) $c = -4$, **Ü** (b) $c = 4i$, **Ü** (c) $c = -8i$, **H** (d) $c = -2i$,

Ü (e) $c = 3 - 4i$, **Ü** (f) $c = -5 + 12i$, **Ü** (g) $c = \frac{15}{4} + 2i$, **H** (h) $c = \frac{7}{4} + 6i$.

	6,0

<u>64. Aufgabe:</u>

Man löse die folgenden quadratischen Gleichungen mit komplexen Koeffizienten und führe anschließend die Probe nach Vieta durch:

Ü (a) $z^2 + (4 - 2i)\cdot z - 8i = 0$, **Ü** (b) $z^2 - (1 - 2i)\cdot z + (3 - 3i) = 0$,

Ü (c) $z^2 + 2i\cdot z + (2 + 4i) = 0$, **Ü** (d) $z^2 - (4 + i)\,z + (5 + 5i) = 0$,

H (e) $z^2 + (2 - 7i)\cdot z - 14i = 0$, **H** (f) $z^2 - (6 - 3i)\cdot z + (10 + 12i) = 0$.

	8,0