Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

WiSe 2017/18
27.11.2017

7. Aufgabenblatt zur „Mathematik III für die Beruflichen Fachrichtungen“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 04.12.2017* in der VL)

<u>*69. Aufgabe:*</u>

Bestimmen Sie mittels geeigneter Substitution und Lösen einer quadratischen reellen Gleichung sämtliche komplexe Lösungen zu folgenden Gleichungen.
Skizzieren Sie anschließend die gefundenen Lösungen z_k ($k = 0,\ldots,n-1$) in der Gaußschen Zahlenebene.

Ü (a) $p(z) = z^8 + 4z^4 + 8 = 0$; **Ü** (b) $p(z) = z^{10} - 2z^5 + 10 = 0$;

Ü (c) $p(z) = z^4 + 2z^2 + 2 = 0$; **H** (d) $p(z) = z^6 - 6z^3 + 18 = 0$.

	8,0

<u>*70. Aufgabe:*</u>

Gegeben seien die Mengen $A = \{a,b,c\}$, $B = \{0,1\}$ und $C = \{\alpha,\beta,\gamma\}$.

Ü (a) Bestimmen Sie alle möglichen Abbildungen $f_i : A \to B$ sowie $g_k : B \to A$ – wieviele gibt es denn jeweils? – und veranschaulichen Sie jeweils drei der Abbildungen f_i und g_k mittels ihrer Graphen. Welche der Abbildungen sind *surjektiv*, welche *injektiv* und welche der *verketteten* Abbildungen $h = f_i \circ g_k$ sind *bijektiv* ?

Ü (b) Bestimmen Sie alle möglichen Abbildungen $\tilde{g}_k : B \to C$ und $\tilde{f}_i : C \to B$ und veranschaulichen Sie jeweils drei der Abbildungen mittels ihrer Graphen. Welche der Abbildungen sind *surjektiv*, welche *injektiv* und welche der *verketteten* Abbildungen $\tilde{h} = \tilde{g}_k \circ \tilde{f}_i$ sind *bijektiv* ?

H (c) Bestimmen Sie (direkt) alle *bijektiven* Abbildungen $h_\mu : A \to C$ und veranschaulichen Sie alle diese Abbildungen mittels ihrer Graphen. Wieviele verschiedene bijektive Abbildungen $h_\mu : A \to C$ gibt es? Welche dieser Abbildungen lassen sich als *Komposition* der Form $h_\mu = \tilde{g}_k \circ f_i$ mit einer Abbildung $f_i : A \to B$ aus Teil (a) und einer Abbildung $\tilde{g}_k : B \to C$ aus Teil (b) darstellen?

	8,0

Ü <u>*71. Aufgabe:*</u>

Sei H die Menge aller Menschen (homo sapiens) sowie F die Menge aller Frauen und $M = H \setminus F$ die Menge aller Männer. Betrachte dann die folgenden Abbildungen:

(i) $f : H \to H$, $f(x)$ ist (biologische) Mutter von $x \in H$,

(ii) $g : H \to H$, $g(x)$ ist (biologischer) Vater von $x \in H$,
(iii) $h : H \to F \times M$, $h(x)$ ist (biologisches) Elternpaar von $x \in H$.

Insbesondere gilt dann für jeden Menschen $x \in H$: $h(x) = (a,b) = (f(x), g(x))$.

a) Beschreiben Sie in Worten die zusammengesetzten Abbildungen (*Kompositionen*)
(i) $f^2 = f \circ f$, (ii) $f \circ g$, (iii) $g \circ f$ und (iv) $g^2 = g \circ g$. Gilt insbesondere $f \circ g = g \circ f$?

b) Beschreiben Sie jeweils in Worten, was es bedeutet, dass die Abbildungen f, g und h *injektiv*, *surjektiv* oder *bijektiv* sind. Entscheiden Sie dann jeweils, ob eine dieser genannten Eigenschaften im Allgemeinen auf f bzw. g bzw. h zutrifft.

c) Geben Sie zu beliebigem $y \in H$ und $(a,b) \in F \times M$ jeweils die *Urbildmengen* $f^{-1}(\{y\})$, $g^{-1}(\{y\})$ sowie $h^{-1}(\{(a,b)\})$ beschreibend an. Welcher Zusammenhang besteht zwischen diesen Urbildmengen?