Technische Universität Berlin WiSe 2017/18
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften 29.01.2018
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

13. Aufgabenblatt zur „Mathematik III für die Beruflichen Fachrichtungen“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 05.02.2018* in der VL)

79. Aufgabe :

Unter Anwendung entsprechender Differentiationsregeln bilde man die beiden ersten Ableitungsfunktionen f' und $f'' = (f')'$ zu folgenden Funktionen f:

Ü (a) $f(t) = a^2 b t^3 - 2a^3 t^2 + b^2 \sin t - a^3 b^2$, **Ü** (b) $f(x) = \frac{1}{6} x^3 - 5 \cos x$,

H (c) $f(x) = 3 \cos x - 5 \sin x + b x^2$, **Ü** (d) $f(u) = \sqrt{u} \cdot \sin u$,

Ü (e) $f(s) = (s^3 - 3s)(\sin s + \cos s)$, **H** (f) $f(t) = \cos t \cdot e^t$,

Ü (g) $f(t) = \frac{\sin t}{t^2}$, **Ü** (h) $f(x) = \frac{5 e^x}{\sin x}$, **H** (j) $f(s) = \frac{s^2}{e^s}$.

	8,0

80. Aufgabe :

Durch Anwendung der Kettenregel bilde man die Ableitungsfunktion f' zu folgenden Funktionen f. Leiten Sie anschließend, wenn möglich, eine Differentialgleichung 1. Ordnung vom Typ $y' = g(x,y)$ für die Funktion $y = f(x)$ her:

Ü (a) $f(x) = x^\alpha$ für $\alpha \in \mathbf{R}$ beliebig , **Ü** (b) $f(x) = a^x$ für $a \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ beliebig ,

H (c) $f(x) = x^x$, **Ü** (d) $f(u) = e^{\cos^2 u}$, **Ü** (e) $f(s) = e^{-s^2}$,

H (f) $f(t) = e^{-\frac{1}{t^2}}$, **Ü** (g) $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$, **Ü** (h) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$,

H (j) $f(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

	12,0

81. Aufgabe :

Unter Anwendung der Regel zur Ableitung einer Umkehrfunktion f^{-1} beweise man, dass die folgenden Umkehrfunktionen $g = f^{-1}$ die angegebene Ableitung besitzen (Verwenden Sie dazu u.a.: $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$). Welche Differentialgleichung vom Typ $y' = h(x,y)$ erfüllt die jeweilige Umkehrfunktion?

Ü (a) $g(x) = \sqrt{x} \;\Rightarrow\; g'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$, **Ü** (b) $g(x) = \sqrt[3]{x} \;\Rightarrow\; g'(x) = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x}^{\,2}}$,

H (c) $g(x) = \sqrt[n]{x} \;\Rightarrow\; g'(x) = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x}^{\,n-1}}$ für $n \in \mathbf{N}$ beliebig ,

Ü (d) $g(x) = \ln x \;\Rightarrow\; g'(x) = \frac{1}{x}$, **Ü** (e) $g(x) = \arcsin x \;\Rightarrow\; g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

H (f) $g(x) = \arctan x \;\Rightarrow\; g'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

	8,0