Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

WiSe 2017/18
22.01.2018

12. Aufgabenblatt zur „Mathematik III für die Beruflichen Fachrichtungen"

(*Abgabe der Hausaufgaben: 29.01.2018* in der VL)

<u>*76. Aufgabe:*</u>

Skizzieren Sie, ausgehend von der jeweils gegebenen reellen Funktion $f : D_f \to \mathbf{R}$, in Abhängigkeit von den gegebenen Parametern a und c die Graphen der Funktionen $g_1(x) = f(x+c)$, $g_2(x) = f(x) + c$, $h_1(x) = f(ax)$ sowie $h_2(x) = a \cdot f(x)$:

Ü (a) $f(x) = x^2$ mit $c = 2$, $a = -\frac{1}{2}$;

Ü (b) $f(x) = \sin x$ mit $c = -\frac{\pi}{4}$, $a = 3$;

Ü (c) $f(x) = e^x$ mit $c = -1$, $a = -2$;

H (d) $f(x) = \cos x$ mit $c = 2$, $a = -\frac{1}{2}$;

	4,0

<u>*78. Aufgabe*</u> :

Zeigen Sie durch Untersuchung des Differentialquotienten, dass folgende Funktionen differenzierbar sind, und bestimmen Sie die jeweilige Ableitung. Gibt es „kritische" Punkte?

Ü (a) $f(x) = a \cdot x + b$, **Ü** (b) $f(x) = x^2$, **H** (c) $f(x) = x^3$, **Ü** (d) $f(x) = \frac{1}{x}$,

Ü (e) $f(x) = \sqrt{x}$, **H** (f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

	8,0

<u>*79. Aufgabe*</u> :

Unter Anwendung entsprechender Differentiationsregeln bilde man die beiden ersten Ableitungsfunktionen f' und $f'' = (f')'$ zu folgenden Funktionen f:

Ü (a) $f(t) = a^2 b t^3 - 2a^3 t^2 + b^2 \sin t - a^3 b^2$,

Ü (b) $f(x) = \frac{1}{6} x^3 - 5 \cos x$,

H (c) $f(x) = 3 \cos x - 5 \sin x + b x^2$,

Ü (d) $f(u) = \sqrt{u} \cdot \sin u$,

Ü (e) $f(s) = (s^3 - 3s)(\sin s + \cos s)$,

H (f) $f(t) = \cos t \cdot e^t$,

Ü (g) $f(t) = \frac{\sin t}{t^2}$, **Ü** (h) $f(x) = \frac{5 e^x}{\sin x}$, **H** (j) $f(s) = \frac{s^2}{e^s}$.

	8,0

<u>*80. Aufgabe*</u> :

Durch Anwendung der Kettenregel bilde man die Ableitungsfunktion f' zu folgenden Funktionen f . Leiten Sie anschließend, wenn möglich, eine Differentialgleichung 1. Ordnung vom Typ $y' = g(x, y)$ für die Funktion $y = f(x)$ her:

Ü (a) $f(x) = x^{\alpha}$ für $\alpha \in \boldsymbol{R}$ beliebig , **Ü** (b) $f(x) = a^{x}$ für $a \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ beliebig ,

H (c) $f(x) = x^{x}$, **Ü** (d) $f(u) = e^{\cos^2 u}$, **Ü** (e) $f(s) = e^{-s^2}$,

H (f) $f(t) = e^{-\frac{1}{t^2}}$, **Ü** (g) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$, **Ü** (h) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$,

H (j) $f(x) = \arctan\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$.

	12,0

81. Aufgabe :

Unter Anwendung der Regel zur Ableitung einer Umkehrfunktion f^{-1} beweise man, dass die folgenden Umkehrfunktionen $g = f^{-1}$ die angegebene Ableitung besitzen (Verwenden Sie dazu u.a.: $f(x) = e^{x} \Rightarrow f'(x) = e^{x}$). Welche Differentialgleichung vom Typ $y' = h(x,y)$ erfüllt die jeweilige Umkehrfunktion?

Ü (a) $g(x) = \sqrt{x} \;\Rightarrow\; g'(x) = \dfrac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$, **Ü** (b) $g(x) = \sqrt[3]{x} \;\Rightarrow\; g'(x) = \dfrac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x}^{\,2}}$,

H (c) $g(x) = \sqrt[n]{x} \;\Rightarrow\; g'(x) = \dfrac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x}^{\,n-1}}$ für $n \in \boldsymbol{N}$ beliebig ,

Ü (d) $g(x) = \ln x \;\Rightarrow\; g'(x) = \dfrac{1}{x}$, **Ü** (e) $g(x) = \arcsin x \;\Rightarrow\; g'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

H (f) $g(x) = \arctan x \;\Rightarrow\; g'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

	7,0