Technische Universität Berlin
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

WiSe 2017/18
15.01.2018

11. Aufgabenblatt zur „Mathematik III für die Beruflichen Fachrichtungen“

(*Abgabe der Hausaufgaben: 22.01.2018* in der VL)

Ü *71. Aufgabe:*

Sei H die Menge aller Menschen (homo sapiens) sowie F die Menge aller Frauen und $M = H \setminus F$ die Menge aller Männer. Betrachte dann die folgenden Abbildungen:

(i) $f : H \to H$, $f(x)$ ist (biologische) Mutter von $x \in H$,

(ii) $g : H \to H$, $g(x)$ ist (biologischer) Vater von $x \in H$,

(iii) $h : H \to F \times M$, $h(x)$ ist (biologisches) Elternpaar von $x \in H$.

Insbesondere gilt dann für jeden Menschen $x \in H$: $h(x) = (a,b) = (f(x), g(x))$.

a) Beschreiben Sie in Worten die zusammengesetzten Abbildungen (*Kompositionen*)
(i) $f^2 = f \circ f$, (ii) $f \circ g$, (iii) $g \circ f$ und (iv) $g^2 = g \circ g$. Gilt insbesondere $f \circ g = g \circ f$?

b) Beschreiben Sie jeweils in Worten, was es bedeutet, dass die Abbildungen f, g und h *injektiv*, *surjektiv* oder *bijektiv* sind. Entscheiden Sie dann jeweils, ob eine dieser genannten Eigenschaften im Allgemeinen auf f bzw. g bzw. h zutrifft.

c) Geben Sie zu beliebigem $y \in H$ und $(a,b) \in F \times M$ jeweils die *Urbildmengen* $f^{-1}(\{y\})$, $g^{-1}(\{y\})$ sowie $h^{-1}(\{(a,b)\})$ beschreibend an. Welcher Zusammenhang besteht zwischen diesen Urbildmengen?

76. Aufgabe:

Skizzieren Sie, ausgehend von der jeweils gegebenen reellen Funktion $f : D_f \to \mathbf{R}$, in Abhängigkeit von den gegebenen Parametern a und c die Graphen der Funktionen $g_1(x) = f(x+c)$, $g_2(x) = f(x) + c$, $h_1(x) = f(ax)$ sowie $h_2(x) = a \cdot f(x)$:

Ü (a) $f(x) = x^2$ mit $c = 2$, $a = -\frac{1}{2}$;

Ü (b) $f(x) = \sin x$ mit $c = -\frac{\pi}{4}$, $a = 3$;

Ü (c) $f(x) = e^x$ mit $c = -1$, $a = -2$;

H (d) $f(x) = \cos x$ mit $c = 2$, $a = -\frac{1}{2}$;

	4,0

77. Aufgabe:

Suchen Sie zu den folgenden gegebenen Funktionen f jeweils die Umkehrfunktion f^{-1} und bestimmen Sie jeweils für die Ausgangs- und die Umkehrfunktion den entsprechenden Definitionsbereich. Testen Sie anschließend, ob gilt: $(f \circ f^{-1})(x) = id(x) = x$ für alle $x \in D_{f^{-1}}$.

Ü (a) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$;

Ü (b) $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$;

H (c) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$;

Ü (d) $f(x) = x^{-\frac{3}{2}} + 3$;

Ü (e) $f(x) = 2^x$;

H (f) $f(x) = 3 \cdot x - 5$;

Ü (g) $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$; **Ü** (h) $f(x) = 10^{3t-5}$; **H** (i) $f(x) = \dfrac{x}{x+2}$.

	12,0

78. Aufgabe :

Zeigen Sie durch Untersuchung des Differentialquotienten, dass folgende Funktionen differenzierbar sind, und bestimmen Sie die jeweilige Ableitung. Gibt es „kritische“ Punkte?

Ü (a) $f(x) = a \cdot x + b$, **Ü** (b) $f(x) = x^2$, **H** (c) $f(x) = x^3$, **Ü** (d) $f(x) = \dfrac{1}{x}$,

Ü (e) $f(x) = \sqrt{x}$, **H** (f) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

	7,0