# Vorlesung vom 20.10.2016:

Darstellung von Zahlen in einem b-adischen Stellenwert-system zur Basis $b \in \mathbb{N}$, $b \geq 2$.

Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Beispiel: $b = 10$, also Dezimalsystem

Position: $\dots 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$

$$x = 2.016 = \boxed{2\,|\,0\,|\,1\,|\,6} = 6 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^3$$

Ziffern: $10^3 = 1000$, $10^2 = 100$, $10^1 = 10$, $10^0 = 1$

$$= 6 + 10 + 0 + 2000$$

$b = 12$, also Duodezimalsystem

$$x = (2016)_{12} = 6 \cdot 12^0 + 1 \cdot 12^1 + 0 \cdot 12^2 + 2 \cdot 12^3$$

Basis $b = 12$

$$= 6 \cdot 1 + 1 \cdot 12 + 0 \cdot 144 + 2 \cdot 1728$$

$$= 3.474$$

Zur Null: „." war ursprünglich Platzhalter für eine unbesetzte Position im Zahlwort, also z.B.: 2.16

$. \ . \ \circ \ 0 \ 0 \ O$

„Wachstum" der Null

Im Fall $b=12$ braucht man 2 Ziffern mehr, denn:

$$(\overset{1}{1}\overset{0}{0})_{12} = 1\cdot 12^1 + 0\cdot 12^0 = 12$$

Was macht man, um die Dezimalwerte 10 und 11 als Ziffern zu symbolisieren?

Antwort: Man greift auf das Alphabet zurück.

Also: $A \mathrel{\hat{=}} 10$, $B \mathrel{\hat{=}} 11$, $C=12$, $D=13$, $E=14$, $F=15$

Diese „Ziffern" benötigt man im Hexadezimalsystem, also im Fall der Basis $\boxed{b=16=2^4}$.

Beispiele:

1. Aufgabenblatt

1 Ü(a) $x=(4.711)_9$ ← Basis

$$x=(4.711)_9 = 4\cdot 9^3 + 7\cdot 9^2 + 1\cdot 9^1 + 1\cdot 9^0$$
$$= 4\cdot 729 + 7\cdot 81 + 1\cdot 9 + 1\cdot 1$$
$$= 2.916 + 567 + 10$$
$$= 3.493 = (3.493)_{10} \quad (*)$$

Durch Umklammerung kann man diese Rechnung algorithmisch so modifizieren, dass wir fortgesetzt „einfache" Multiplikation und Addition durchführen:

$$(4.711)_9 = \underbrace{4\cdot 9^3 + 7\cdot 9^2 + 1\cdot 9}_{} + 1\cdot 1 \quad (1 = 9^0)$$
$$= \underbrace{(\underbrace{4\cdot 9^2 + 7\cdot 9}_{} + 1)\cdot 9}_{} + 1$$

$$= \{(4\cdot 9 + 7)9 + 1\}\cdot 9 + 1$$

$$= \{[(0+4)9 + 7]\cdot 9 + 1\}\cdot 9 + 1$$ // Horner-Schema

Initialisierungs-Null !!

Als Schema:

| | 4 | 7 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| ·9 | 0 | 36 | 387 | 3.492 |
| + | 4 | 43 | 388 | 3.493 (*) |

Noch ein Beispiel. Dann Hausaufgabe zu Dienstag:

(1) H(c) bis H(f)

Jetzt (1) Ü(b): $x = (A9B)_{16} = (???)_{10}$

(i) direkt: Beachte, dass $A \mathrel{\hat{=}} 10$, $B \mathrel{\hat{=}} 11$,

$$x = (\overset{10}{A}9\overset{11}{B})_{16} = 10\cdot 16^2 + 9\cdot 16^1 + 11\cdot 16^0$$
$$= 10\cdot 256 + 9\cdot 16 + 11\cdot 1$$
$$= 2560 + 144 + 11 = 2.715$$
$$= (2.715)_{10}$$

(ii) Horner: Basis!

| | A | 9 | B |
|---|---|---|---|
| | 10 | 9 | 11 |
| ·16 | 0 | 160 | 2704 |
| + | 10 | 169 | 2715 |

✓

ENDE der Vorlesung !!