- In Kurzschreibweise findet man die Produkt- und die Quotientenregel auch in folgende Form:

$$f = u \cdot v \quad \Rightarrow \quad f' = u' \cdot v + u \cdot v' \qquad \text{bzw.} \qquad f = \frac{u}{v} \quad \Rightarrow \quad f' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

- Die Produktregel lässt sich in folgender Form verallgemeinern:

  Sind $f_1, f_2, \ldots, f_n$ *differenzierbar, so ist die Funktion* $f = f_1 \cdot f_2 \cdot \ldots \cdot f_n$ *eine differenzierbare Funktion, und es gilt:*

$$f'(x) = f_1'(x) \cdot f_2(x) \cdot \ldots \cdot f_n(x) + f_1(x) \cdot f_2'(x) \cdot \ldots \cdot f_n(x) + \ldots + f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \ldots \cdot f_n'(x) \quad .$$

- Wendet man die Quotientenregel speziell auf $h(x) = \dfrac{1}{g(x)}$ an, so erhält man die sogenannte *Reziprokenregel*: $h'(x) = -\dfrac{g'(x)}{\left[g(x)\right]^2}$.

  Diese Regel lässt sich auch mithilfe der *Kettenregel* beweisen, wie sich auch umgekehrt mittels der Reziprokenregel und der Produktregel die *Quotientenregel* beweisen lässt.
- Die Regel über die Ableitung der Umkehrfunktion kann man aus der Kettenregel herleiten, wenn man beachtet, dass gilt: $f \circ f^{-1} = id$ bzw. $\left(f \circ f^{-1}\right)(x) = x$ für alle $x \in D_{f^{-1}}$.
- In der Kettenregel $h'(x_0) = f'\big(g(x_0)\big) \cdot g'(x_0)$ bezeichnet man $f'\big(g(x_0)\big)$ auch als die *äußere Ableitung* und $g'(x_0)$ als die *innere Ableitung*.
- Verwendet man für die Kettenregel die Kurzschreibweise $h' = (f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot g'$, so lässt sich die *Kettenregel* in folgender Weise verallgemeinern:

$$h(x) = \left(f_1 \circ f_2 \circ \ldots \circ f_n\right)(x) \quad \Rightarrow \quad h'(x) = \left(f_1' \circ f_2 \circ \ldots \circ f_n\right)(x) \cdot \left(f_2' \circ f_3 \circ \ldots \circ f_n\right)(x) \cdot \ldots \cdot f_n'(x) \quad .$$

- Durch Anwendung der Kettenregel findet man die Ableitung der allgemeinen Potenzen

  $f(x) = x^{\alpha} = e^{\alpha \cdot \ln x}$ sowie $f(x) = a^x = e^{x \cdot \ln a}$ unter Beachtung von $\left(e^x\right)' = e^x$.

In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten elementaren Funktionen samt ihrer Ableitung übersichtlich zusammengefasst:

f	D_f	***f '***	$D_{f'}$	***f***	D_f	***f '***	$D_{f'}$
$x^n \; , n \in \mathbf{N}$	$\mathbf{R}$	$n \cdot x^{n-1}$	$\mathbf{R}$	$\arcsin x$	$[-1,\,1]$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1,\,1)$
$\dfrac{1}{x^n} \; , n \in \mathbf{N}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\arccos x$	$[-1,\,1]$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(-1,\,1)$
$x^{\alpha} \; , \alpha \in \mathbf{R}$	R^+	$\alpha \cdot x^{\alpha-1}$	R^+	$\arctan x$	$\mathbf{R}$	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbf{R}$
$\lvert x \rvert$	$\mathbf{R}$	$\dfrac{x}{\lvert x \rvert} = \dfrac{\lvert x \rvert}{x}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\operatorname{arccot} x$	$\mathbf{R}$	$-\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbf{R}$

$\sin x$	$\mathbf{R}$	$\cos x$	$\mathbf{R}$	$\sinh x$	$\mathbf{R}$	$\cosh x$	$\mathbf{R}$
$\cos x$	$\mathbf{R}$	$-\sin x$	$\mathbf{R}$	$\cosh x$	$\mathbf{R}$	$\sinh x$	$\mathbf{R}$
$\tan x$	A	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	A	$\tanh x$	$\mathbf{R}$	$\frac{1}{\cosh^2 x} = 1 - \tanh^2 x$	$\mathbf{R}$
$\cot x$	B	$-\frac{1}{\sin^2 x} = -1 - \cot^2 x$	B	$\coth x$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$-\frac{1}{\sinh^2 x} = 1 - \coth^2 x$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$
e^x	$\mathbf{R}$	e^x	$\mathbf{R}$	$\operatorname{arsinh} x$	$\mathbf{R}$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\mathbf{R}$
a^x , $a > 0$, $a \neq 1$	$\mathbf{R}$	$a^x \cdot \ln a$	$\mathbf{R}$	$\operatorname{arcosh} x$	$[1,+\infty)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$(1,+\infty)$
$\ln\lvert x \rvert$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\frac{1}{x}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\operatorname{artanh} x$	$(-1,1)$	$\frac{1}{1-x^2}$	$(-1,1)$
$\log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$	R^+	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$	R^+	$\operatorname{arcoth} x$	$\mathbf{R} \setminus [-1,1]$	$\frac{1}{1-x^2}$	$\mathbf{R} \setminus [-1,1]$

Man beachte, dass gilt: $A = \mathbf{R} \setminus \{ \frac{2k+1}{2} \cdot \pi \mid k \in \mathbf{Z} \}$ sowie $B = \mathbf{R} \setminus \{ k \cdot \pi \mid k \in \mathbf{Z} \}$.