

StR.i.HD. Albrecht Gündel-vom Hofe

9. Aufgabenblatt zur
„Mathematik II für die Beruflichen Fachrichtungen“
 (Abgabe der Hausaufgaben: 06.07.2017 in der VL)

58. Aufgabe:

Unter Anwendung der Additionstheoreme für \sin und \cos und des trigonometrischen Pythagoras leite man folgende weitere Formeln her:

Ü (a) $\sin x \pm \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x \pm y}{2} \cdot \cos \frac{x \mp y}{2}$, H (b) $\cos x + \cos y = 2 \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$,

H (c) $\cos x - \cos y = -2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$, Ü (d) $\cos(3x) = 4 \cdot \cos^3 x - 3 \cdot \cos x$

Ü (e) $\sin x = \frac{2 \cdot \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$, H (f) $\cos x = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$.

	12,0
--	------

59. Aufgabe:

- (i) Bringen Sie unter Anwendung der Additionstheoreme und weiterer Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen die folgenden „Linearkombinationen“ von \sin und \cos auf die Form $y = f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ mit Amplitude $A > 0$ und Phasenverschiebung $\varphi \in]-\pi, +\pi]$.
- (ii) Bestimmen Sie anschließend die Nullstellen der beiden Ausgangsfunktionen $\sin(\omega x)$ und $\cos(\omega x)$ sowie der daraus resultierenden Sinusfunktion. Mithilfe eines Grafikprogramms bei geeignet gewählter Skalierung gebe man eine Visualisierung der Graphen von sämtlichen 3 Funktionen innerhalb eines gemeinsamen Diagramms.

Ü (a) $y = f(x) = 2 \sin x - 2 \cos x$,

Ü (b) $y = f(x) = 3 \sin(2x) - 4 \cos(2x)$,

Ü (c) $y = f(x) = -\sqrt{3} \sin(3x) + \cos(3x)$,

H (d) $y = -2 \sin(2x) - 2\sqrt{3} \cos(2x)$.

	12,0
--	------

Ü 60. Aufgabe:

Tonfrequenzen werden in Hertz (Hz), d.h. in Schwingungen pro Sekunde, gemessen. Unter Anwendung geeigneter Additionstheoreme (s. Skript) erklären wir nun das Phänomen der sogenannten *Schwebung*:

Sind $\omega_1, \omega_2 \in \mathbf{R}$ zwei dicht beieinander liegende Frequenzen, so gilt für die additive Überlagerung der zu beiden Frequenzen gehörenden Sinusschwingungen:

(*) $y = f(t) = \sin(2\pi\omega_1 t) + \sin(2\pi\omega_2 t) = A(t) \cdot \sin(2\pi\omega t)$ mit $A(t) = 2 \cdot \cos(2\pi\Delta\omega t)$

mit einer entsprechenden *mittleren Frequenz* ω der Überlagerungsschwingung und einer entsprechenden *Schwebungsfrequenz* $\Delta\omega$. Man ermittle beide Werte in Abhängigkeit der gegebenen Ausgangsfrequenzen ω_1 und ω_2 .

Tipp: Man greife auf Aufgabe 58 zurück.

61. Aufgabe:

Ausgehend vom Ergebnis der Aufgabe 60 ermittle man für die jeweils gegebenen Frequenzpaare $\omega_1, \omega_2 \in \mathbf{R}$ die zugehörige mittlere Frequenz ω sowie die Schwebungsfrequenz $\Delta\omega$. Außerdem lasse man von einem Grafikprogramm den Graphen der entsprechenden Überlagerungsschwingung $y = f(t) = A(t) \cdot \sin(2\pi\omega t)$ mit variabler Amplitude

$A(t) = 2 \cdot \cos(2\pi\Delta\omega t)$ über der Zeitachse t zeichnen. Für welche $t \in \mathbf{R}$ ist $f(t) = 0$?

Ü (a) $\omega_1 = 1.9 \text{ Hz}$, $\omega_2 = 2.1 \text{ Hz}$,

Ü (b) $\omega_1 = 44 \text{ Hz}$, $\omega_2 = 40 \text{ Hz}$,

Ü (c) $\omega_1 = 439 \text{ Hz}$, $\omega_2 = 441 \text{ Hz}$,

H (d) $\omega_1 = 627 \text{ Hz}$, $\omega_2 = 633 \text{ Hz}$.

	8,0
--	-----