**Technische Universität Berlin**
**Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften**
***Institut für Mathematik***

SoSe 2017
27.04.2017

*StR.i.HD.* Albrecht Gündel-vom Hofe

# 2. Aufgabenblatt zur
# „Mathematik II für die Beruflichen Fachrichtungen"

(*Abgabe der Hausaufgaben: 04.05.2017* in der VL)

*40. Aufgabe:*

Bestimmen Sie für folgende reelle *kubischen* und *biquadratischen* Polynome sämtliche Nullstellen in $\boldsymbol{R}$ und $\boldsymbol{C}$ mittels der Methode des „intelligenten Erratens" aller rationalen Nullstellen sowie mithilfe der *abc*- bzw. *pq-Formel* zur Lösung einer reellen quadratischen Gleichung. Genauer in Schritten:

i. Bestimmen Sie zunächst den *Wertevorrat* für die *rationalen* Nullstellen des entsprechenden Polynoms und finden Sie unter Verwendung des Hornerschemas unter diesen alle rationalen Nullstellen. Reduzieren Sie dabei zugleich mittels *Polynomdivision* (Horner) die Ausgangsgleichung für die gesuchten Nullstellen auf eine noch zu lösende quadratische Gleichung herunter.

ii. Berechnen Sie die beiden restlichen (gegebenenfalls komplexen) Nullstellen des quadratischen Restpolynoms - welcher Typus liegt entsprechend der Diskriminante vor? -, und führen Sie für diese die Probe nach Vieta durch. Geben Sie abschließend für das Ausgangspolynom seine *Zerlegung* in *Linearfaktoren* in $\boldsymbol{C}$ an.

**Ü** (a) $p(x) = x^3 + 2\cdot x^2 - x - 2$ , **Ü** (b) $p(x) = 3\cdot x^4 - 13\cdot x^3 + 22\cdot x^2 - 18\cdot x + 4$ ,
**Ü** (c) $p(x) = x^3 - x^2 - 10\cdot x + 6$ , **Ü** (d) $p(x) = 4\cdot x^4 + 20\cdot x^3 + 37\cdot x^2 + 36\cdot x + 20$ ,
**H** (e) $p(x) = x^3 + 8\cdot x^2 - 5\cdot x - 84$ , **H** (f) $p(x) = 5\cdot x^4 - 27\cdot x^3 + 30\cdot x^2 + 42\cdot x - 20$ .

*Tipp:* Beachten Sie, dass eine reelle Nullstelle evt. auch *mehrfach* auftreten kann.

| | |
|---|---|
| | *12,0* |

*41. Aufgabe:*

Bestimmen Sie mittels der *Lagrange-Polynome* jeweils die Polynome $p(x)$ und $q(x)$ kleinsten Grades, welche in den angegebenen Stützstellen $x_i$ die vorgegebenen Funktionswerte $p_i = p(x_i)$ bzw. $q_i = q(x_i)$ ( $i = 1,\ldots,4$ ) annehmen. Durch eine kleine Modifikation der elementaren Lagrangepolynome bestimme man dann das Polynom kleinstmöglichen Grades, welches an der zusätzlichen Stützstelle $x_5$ den entsprechenden Funktionswert $p_5 = p(x_5)$ bzw. $q_5 = q(x_5)$ annimmt.

**Ü** (a)

| $\boldsymbol{x_i}$ | –2 | 0 | 1 | 3 | –1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{p(x_i)}$ | 1 | –1 | –3 | 4 | 2 |
| $\boldsymbol{q(x_i)}$ | –1 | 3 | –2 | 1 | –3 |

**Ü** (b)

| $\boldsymbol{x_i}$ | –3 | –1 | 1 | 3 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{p(x_i)}$ | 2 | –2 | 4 | 3 | –1 |
| $\boldsymbol{q(x_i)}$ | –4 | 3 | 10 | –4 | 5 |

**H** (c)

| $x_i$ | $-4$ | $-2$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x_i)$ | $2$ | $1$ | $-3$ | $-1$ | $6$ |
| $q(x_i)$ | $-10$ | $3$ | $11$ | $-4$ | $-15$ |

| | |
|---|---|
| | *13,0* |