Vorlesung vom 22.10.2013:

Der „modus ponens" als korrekte Schlussregel:

Schlussfigur:

(1) A
(2) $A \to B$
———
(3) B

(1), (2): Prämissen
(3): Konklusion (lat.: conclusio)

steht für

$$\underbrace{A}_{(1)} \wedge \underbrace{(A \to B)}_{(2)} \to \underbrace{B}_{(3)}$$

soll Tautologie sein!

In Wahrheitstabelle immer „1" (≙ wahr), niemals „0" (≙ falsch)

A	B	$A \to B$	$A \wedge (A \to B)$	$A \wedge (A \to B) \to B$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

immer „1", also Tautologie!

Also darf ich das hintere „→" ersetzen durch „⇒".

D.h.:

$$\boxed{A \wedge (A \to B) \Rightarrow B} \;\hat{=}\; \begin{array}{c} A \\ A \to B \\ \hline B \end{array}$$

Frage: Ist die Schlussfigur

(1) A
(2) $B \to A$
———
(3) B

„Umkehrung" zu $A \to B$

Will zeigen, dass dies ein nicht korrekter Schluss ist: (1) ∧ (2) → (3)

A (1)	B (3)	$B \to A$ (2)	$A \wedge (B \to A) \to B$
1	0	1	0

2) <u>Prädikatenlogik</u>:

Man bezieht ein Prädikat auf einen vorgegebenen Individuenbereich, z.B. X

Prädikat: Aussage mit mind. einer Individuenvariable

<u>Allquantor</u>: „$\forall x \in X \ldots$": „Für alle $x \in X$ gilt:"

<u>Existenzquantor</u>: „$\exists x \in X \ldots$": „Es gibt/existiert ein $x \in X$, für das gilt:"

$\forall$ $\underline{\underline{A}}$ $\exists$ $\underline{\underline{E}}$

synonym $\bigwedge$ $\bigvee$

„$\wedge \ldots \wedge - \wedge - \wedge$" „$\vee - \vee - \vee - \vee$"

<u>Beispiel</u>: $M(x,y) :\Leftrightarrow$ „x mag y" $\rightarrow$ „x und y mögen sich" $\Leftrightarrow$

Individuenbereich X: Menge der anwesenden <u>Hörer</u>

$\exists x \in X \ \exists y \in X : M(x,y)$

Es gibt zwei Hörer x und y, so dass x und y sich mögen

$\forall x \in X \ \exists y \in X : M(x,y)$

Für alle (jeden) Hörer gibt es (mindestens) einen Hörer, so dass beide sich mögen.

$\boxed{\exists x \in X} \ \forall y \in X : M(x,y)$

Es gibt (mind.) einen Hörer, der alle mag und den alle mögen.

„Universalliebender"!!

ENDE der Vorlesung?